

Méthode de Couplage Surfacique et Résolution Non-Intrusive pour Modèles Non-Compatibles de Matériaux Hétérogènes

Maxence WANGERMEZ[a,b], O. ALLIX[b], P.-A. GUIDAULT[b], O. CIOBANU[a], C. REY[a]

[a]: Safran Tech, Modelling & Simulation, Rue des Jeunes Bois, Châteaufort, 78114 Magny-Les-Hameaux, France
[b]: Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, CNRS, LMT - Laboratoire de Mécanique et Technologie, 91190, Gif-sur-Yvette, France

LMT SAFRAN université PARIS-SACLAY cnrs

Structures en matériaux composites tissés

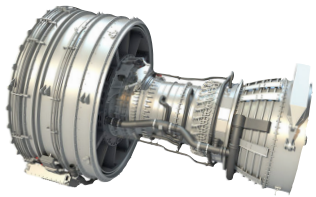
Enjeux : répondre aux besoins des avionneurs

- réduire la consommation et l'empreinte carbone
- améliorer les performances et la fiabilité

CFM56



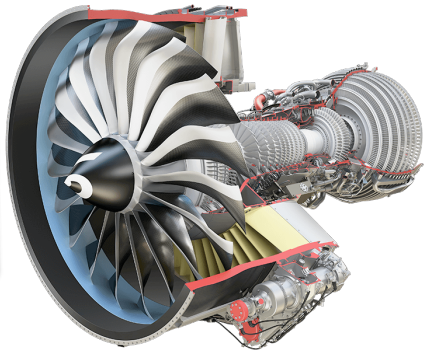
Alliage de titane





- 16% de carburant en moins
- 50% d'émission de NOx en moins
- 450 kg de moins par avion

LEAP



Composites tissés 3D

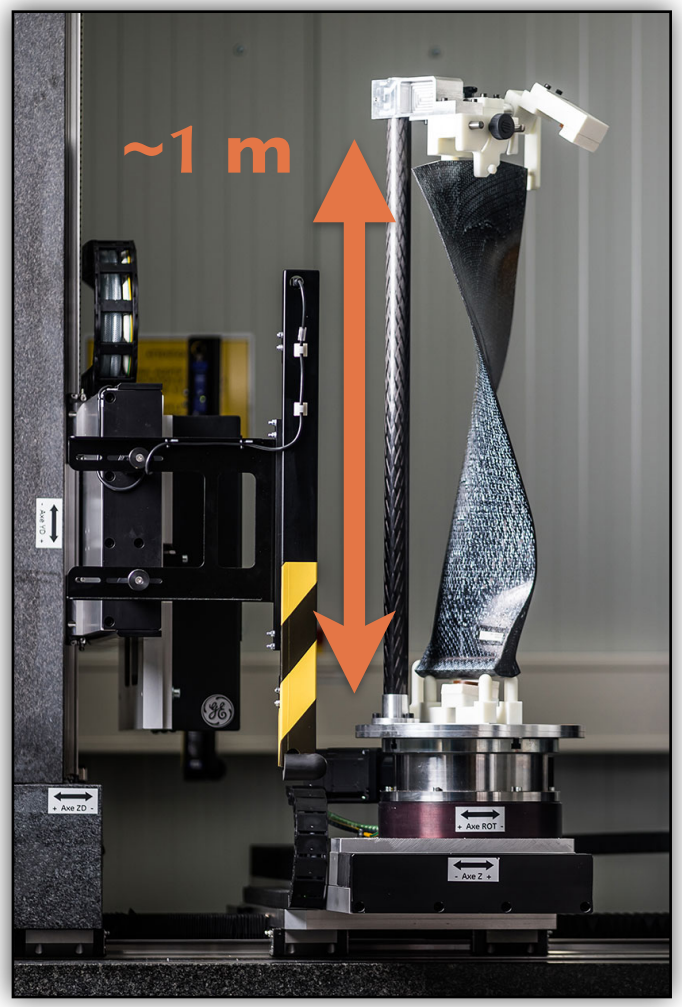




illustrations : cfmaeroengines.com

Contrôle non-destructif systématique

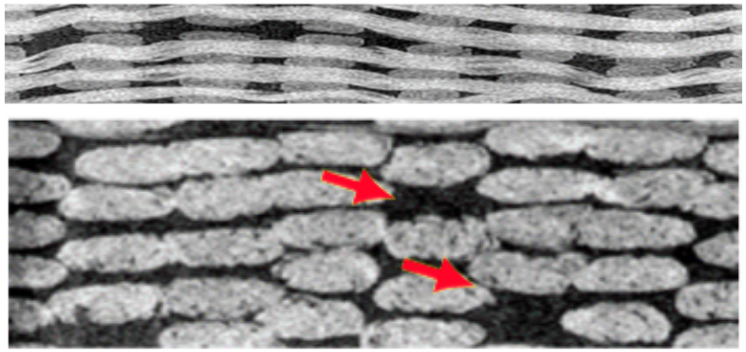
Tomographie d'une aube LEAP-1A



© 2016 Adrien Daste / Safran

Conformité vis-à-vis des spécifications

(Mendoza et coll., 2019)

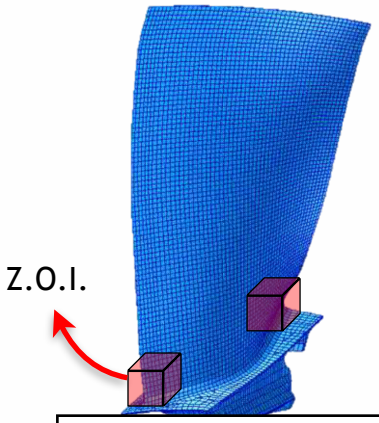


variations localisées

Développer des outils pour simuler les effets de variations localisées

Simuler les effets de variations localisées

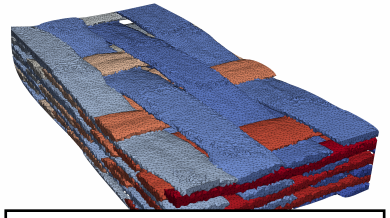
- **Simulations numériques**
  - Calcul d'une structure complète à l'échelle « fine partout » : prohibitif
  - Outil adapté : introduire un modèle micro. dans un modèle macro.
- **Objectifs**
  - Phénomènes locaux (détails géométriques…)
  - Influences sur la structure complète



Modèle « global » ***homogénéisé***

Couplage de modèles non-compatibles

Tomographie ➡ modèle E.F.
(Couégnat et coll., 2013;
Bénézech & Couégnat, 2019)



Modèle « local » ***hétérogène***

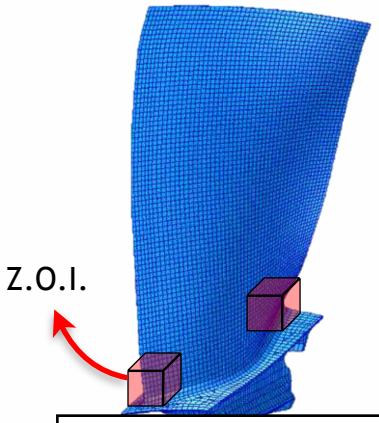
Simuler les effets de variations localisées

Simulations numériques

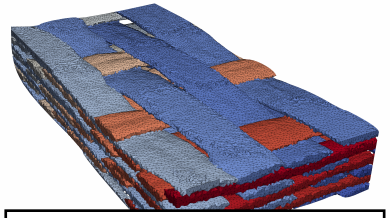
- Calcul d'une structure complète à l'échelle « fine partout » : prohibitif
- Outil adapté : introduire un modèle micro. dans un modèle macro.

Objectifs

- Phénomènes locaux (détails géométriques…)
- Influences sur la structure complète



Tomographie ➡ modèle E.F.
(Couégnat et coll., 2013;
Bénézech & Couégnat, 2019)



Modèle « global » ***homogénéisé***

Couplage de modèles non-compatibles

Modèle « local » ***hétérogène***

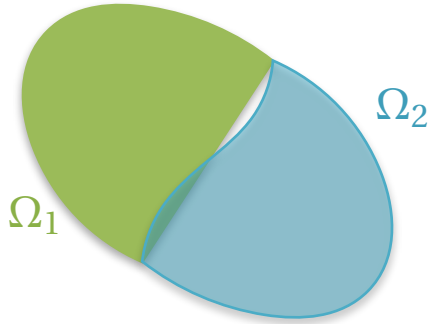
Problématiques scientifiques

- Raccord de modèles non-compatibles
- Développement dans un contexte industriel

Différentes natures de non-compatibilités

Non-compatibles ?

« topologie » ✗



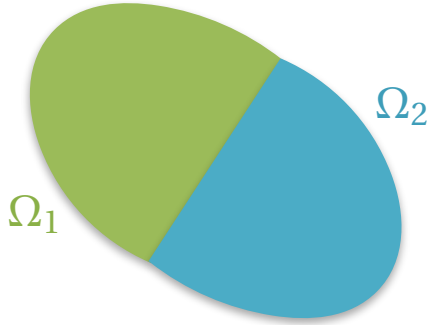
recouvrement

sauts

mauvais alignements

…

« modèles » ✓



2D / 3D

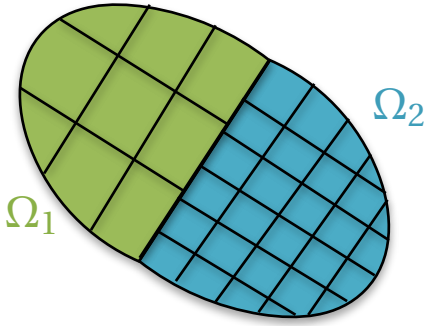
plaque / coque

stochastique / déterministe

homogénéisé / microstructuré

…

« discrétisation » ✓



raffinements

interpolations

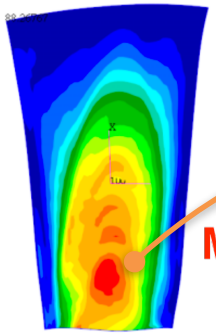
grilles non-conformes

…

Codes industriels : développements limités

Problèmes standard :
codes industriels

(illustration : Coroneos & Gorla, 2012)

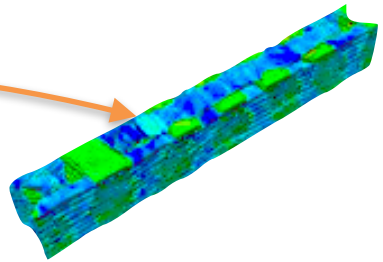


MSC Nastran™

- *polyvalents*
- *faciles d'utilisation*
- *codes qualifiés*
- *codes fermés*

Développements spécialisés :
codes dédiés

(illustration : El Said et coll., 2018)



- *spécialisés*
- *flexibles*
- *codes ouverts*
- *difficiles d'utilisation*

- **Développements spécialisés dans des contextes industriels ?**
  - Tirer profit des avantages « des deux mondes »
- **En pratique :**
  - Couplage de codes
  - Développements <u>non-intrusifs</u>

Développements non-intrusifs

- Pas de développement interne
- Pas de modifications des jeux de données

Non-intrusif

Logiciel « boite noire » ✓

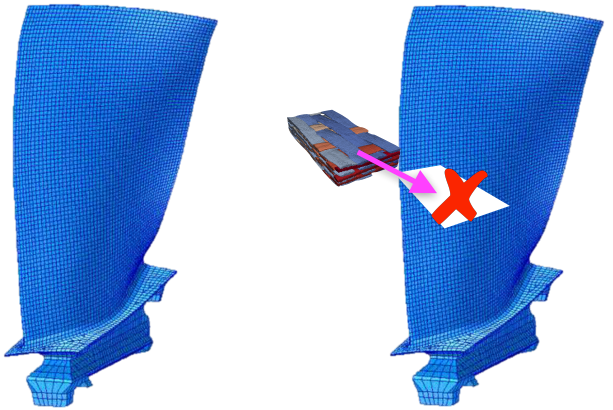
✓ *Scripts de commande*

✓ *Entrées standard* → API → **code** → ✓ *Sorties standard*

code → ✗ *Sorties non-standard*

Jeux de données ✓

✓ *Jeu de données initial*

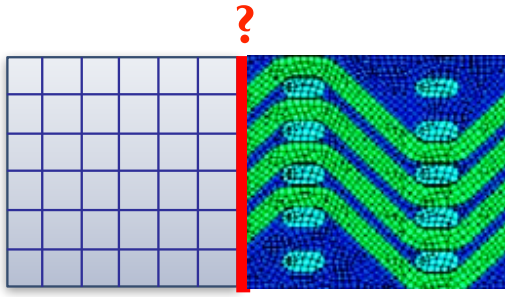


✗ *Jeu de données modifié*

Bilan : problématique double

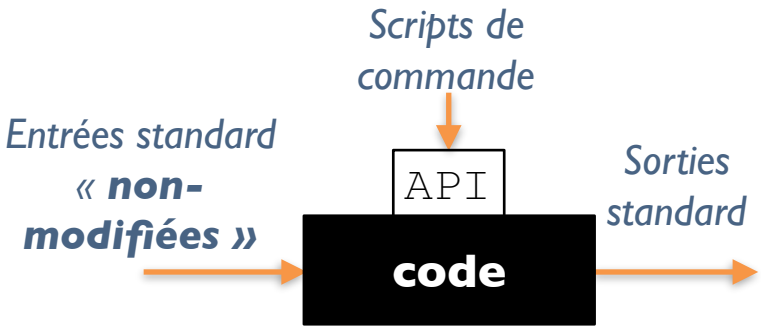
- **Développement d'un outil**

Couplage de modèles non-compatibles



modèle homogénéisé ***modèle hétérogène***

Implémentation non-intrusive

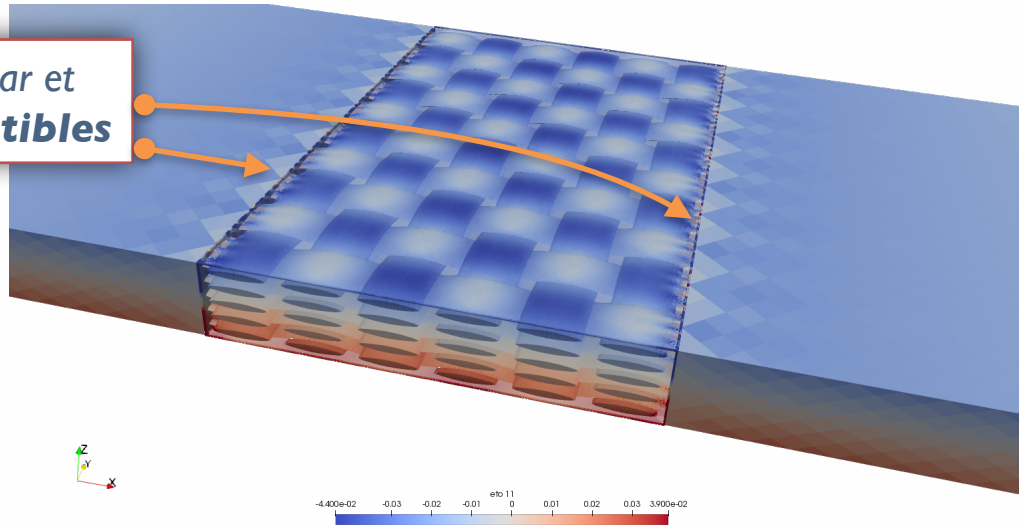


Méthodes Global/Local - état de l'art

Limites - état de l'art

- Pas de raccord pour incompatibilité « homogénéisé/microstructuré »
  - *Artefacts numériques près de la zone de couplage*

Exemple : raccord Mortar et ***modèles non-compatibles***

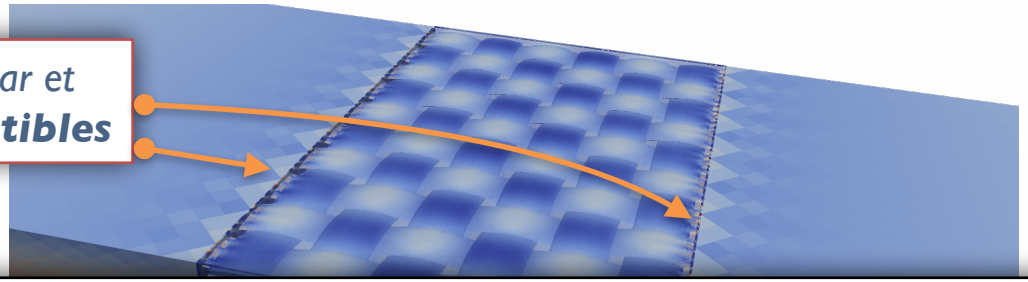


Méthodes Global/Local - état de l'art

Limites - état de l'art

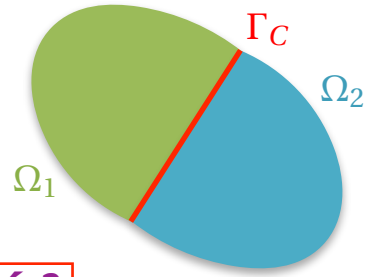
- Pas de raccord pour incompatibilité « homogénéisé/microstructuré »
  - *Artefacts numériques près de la zone de couplage*

Exemple : raccord Mortar et ***modèles non-compatibles***



Cadre retenu : sous-structuration avec raccord surfacique

- Suite de précédents travaux (Blanchard, 2018; Gendre, 2009)
- Outils disponibles
- Développements non-intrusifs :
  - *Mortar* (Gendre et coll., 2009)
  - *Nitsche* (Bouclier & Passieux, 2018)
  - *Micro-Macro* (Daghia & Ladevèze, 2012)
  - ***Raccord dédié homogénéisé/microstructuré ?***





Plan

1. Introduction et état de l'art

2. Couplage de modèles non-compatibles

- Objectifs et motivations
- Proposition d'un raccord surfacique
  à partir d'une séparation micro-macro des quantités d'interface
- Applications

3. Implémentation et adaptation non-intrusive

4. Conclusions et perspectives



Plan

1. **Introduction et état de l'art**

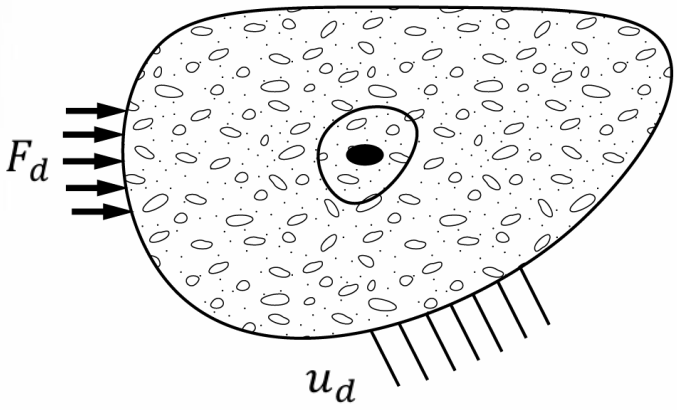
2. **Couplage de modèles non-compatibles**
   - Objectifs et motivations
   - Proposition d'un raccord surfacique à partir d'une séparation micro-macro des quantités d'interface
   - Applications

3. **Implémentation et adaptation non-intrusive**

4. **Conclusions et perspectives**

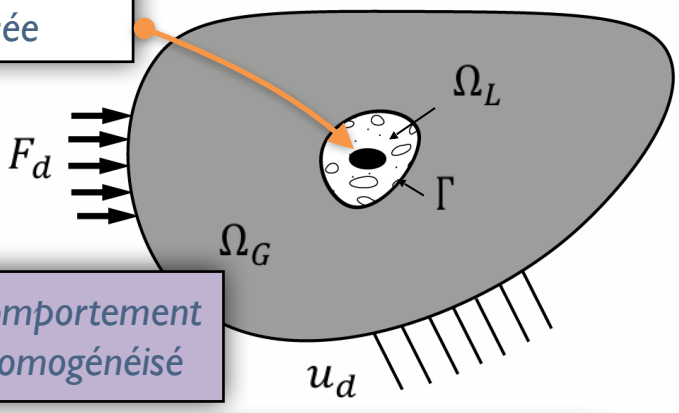
Deux modélisations d'un même problème

Problème de référence



Modèle fin dans une zone localisée

Problème couplé



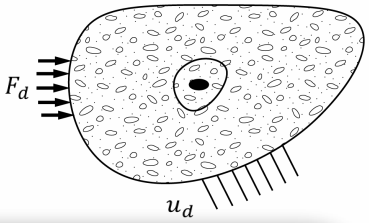
Comportement homogénéisé

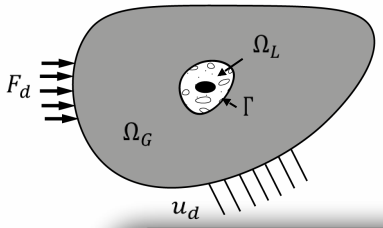
A partir de la connaissance d'un modèle grossier (Ω_G), retrouver la solution de référence microscopique (Ω_L) et évaluer son influence à l'échelle macroscopique ?

Notations :

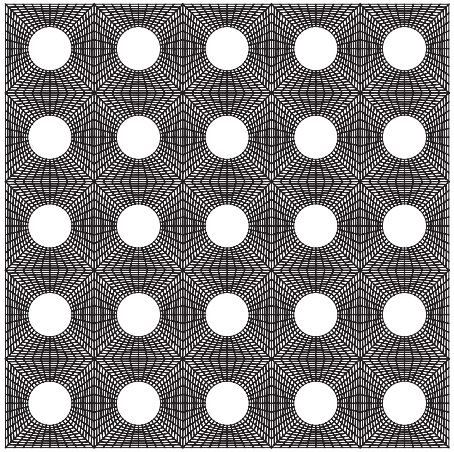
Global	→	$\square_G$
Local	→	$\square_L$
Reference	→	$\square_R$
Conditions aux limites	→	$\square_d$

Problème jouet bidimensionnel



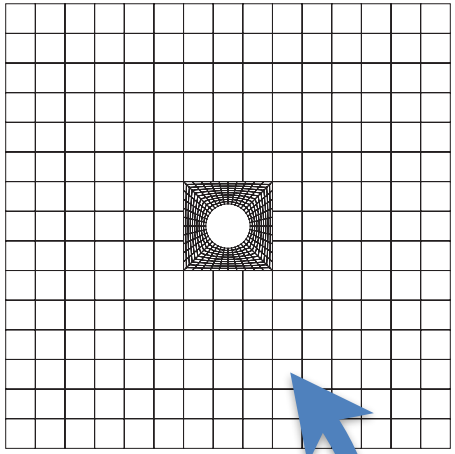


problème de référence

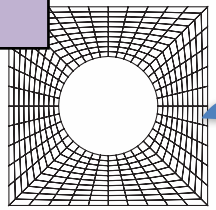


- **problèmes statiques**
- **élasticité linéaire**

problème couplé



Matériau
$\mathbf{K}(\underline{X})$



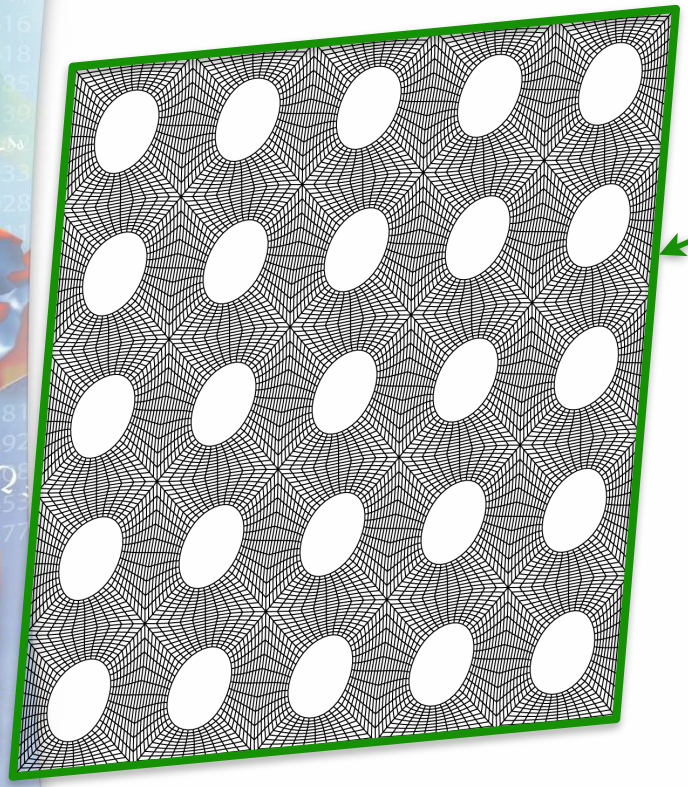
cellule élémentaire

Homogénéisation numérique
hypothèses de **périodicité**
(Sanchez-Palencia & Zaoui, 1987)

Comportement homogénéisé
$\mathbf{K}^H$

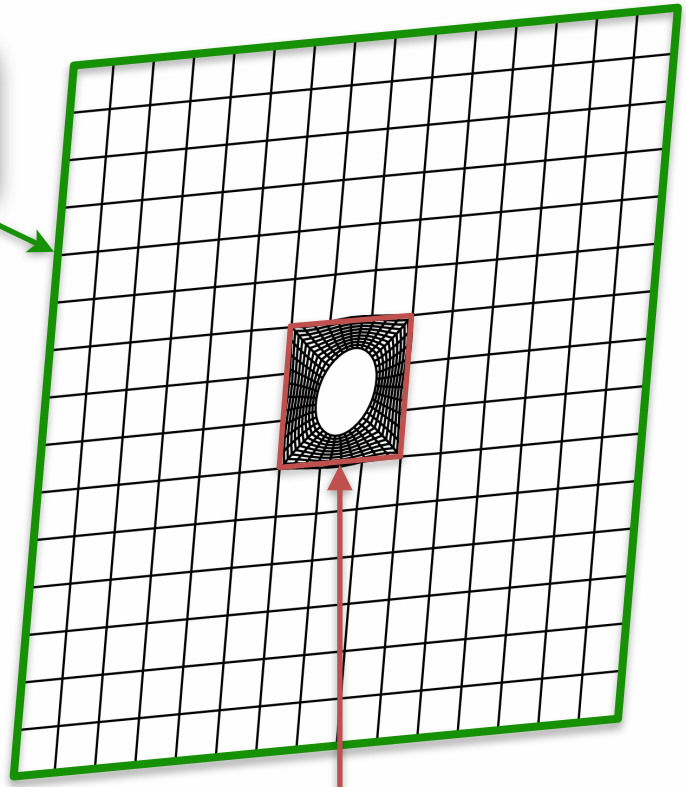
Résolution avec un raccord de la littérature

- **Chargement macroscopique uniforme**



Conditions aux limites

$$\underline{u}_d = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$$



- **Raccord sur le travail des quantités d'interface**

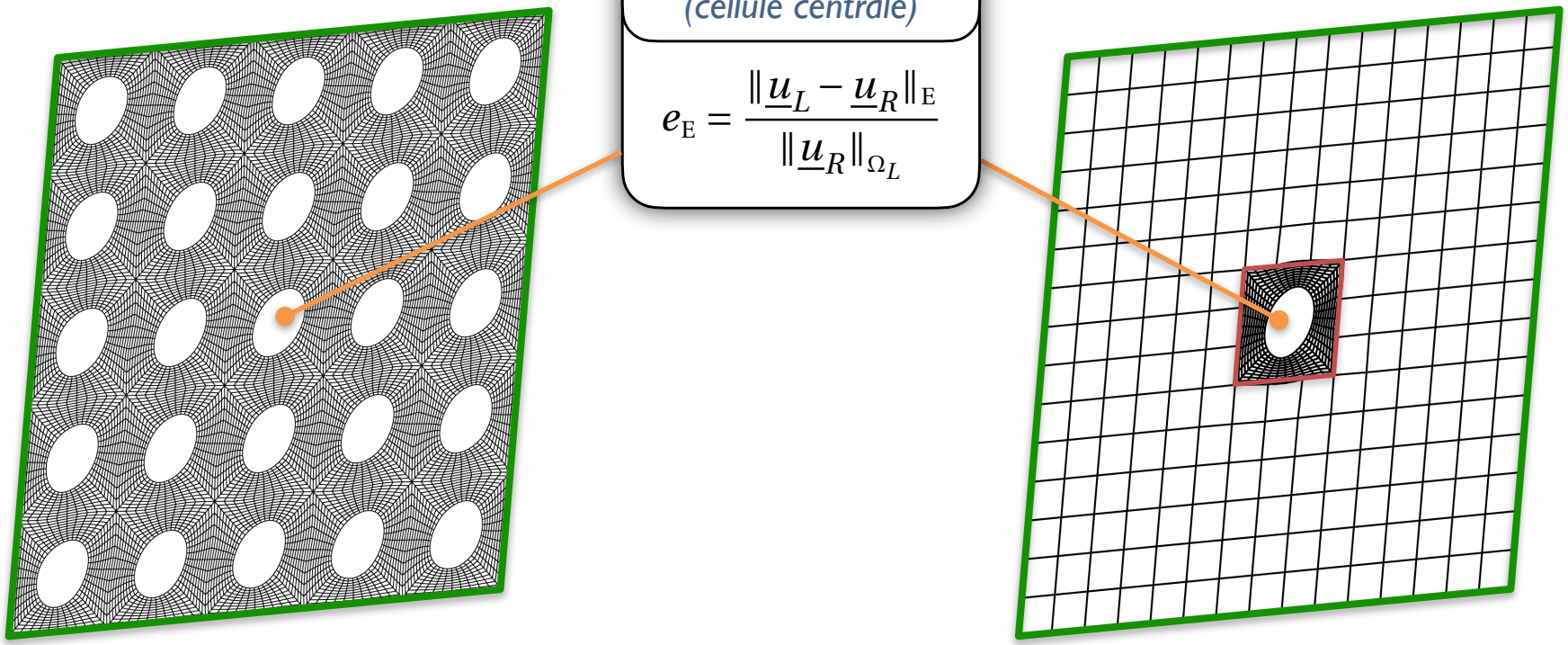
Conditions de raccord Mortar

$$\int_\Gamma \underline{F} \cdot (\underline{u}_G - \underline{u}_L)\, \mathrm{d}\Gamma = 0$$

Inter-efforts sur Γ

Qualité de la solution

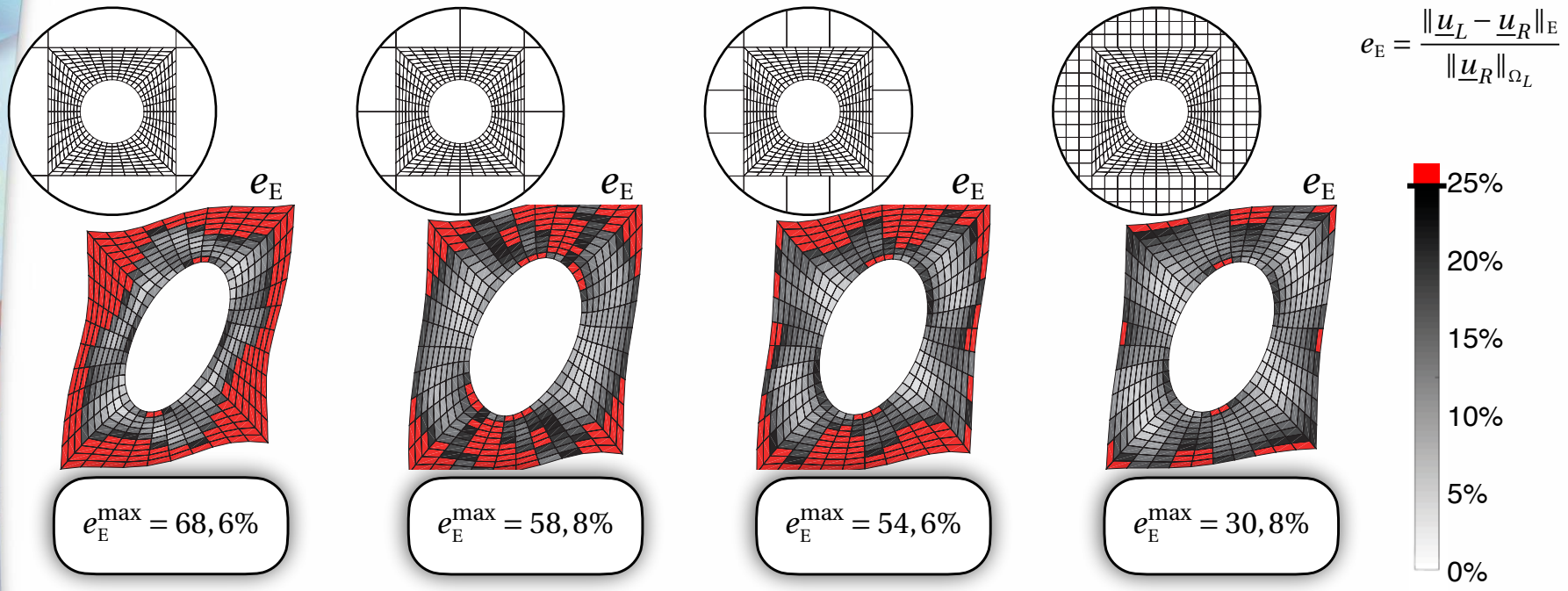
Ecart avec la référence : erreur en norme énergétique



Norme énergétique

$$\|\underline{u}_L - \underline{u}_R\|_{\mathrm{E}}^2 = \frac{1}{2\mathrm{vol}(\mathrm{E})} \int_{\mathrm{E}} \boldsymbol{\varepsilon}(\underline{u}_L - \underline{u}_R) : \mathbf{K}_L : \boldsymbol{\varepsilon}(\underline{u}_L - \underline{u}_R)\, \mathrm{d}\Omega$$

Ecarts importants entre les solutions



Observations :

- Ecarts importants pour différents maillages
- Ecarts de l'ordre de 30% pour des maillages compatibles

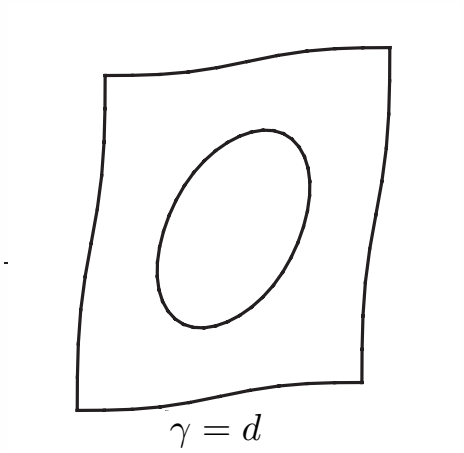
On ne retrouve pas la solution de référence dans Ω_L à partir d'un modèle global homogénéisé Ω_G !

Solutions connues pour le chargement considéré

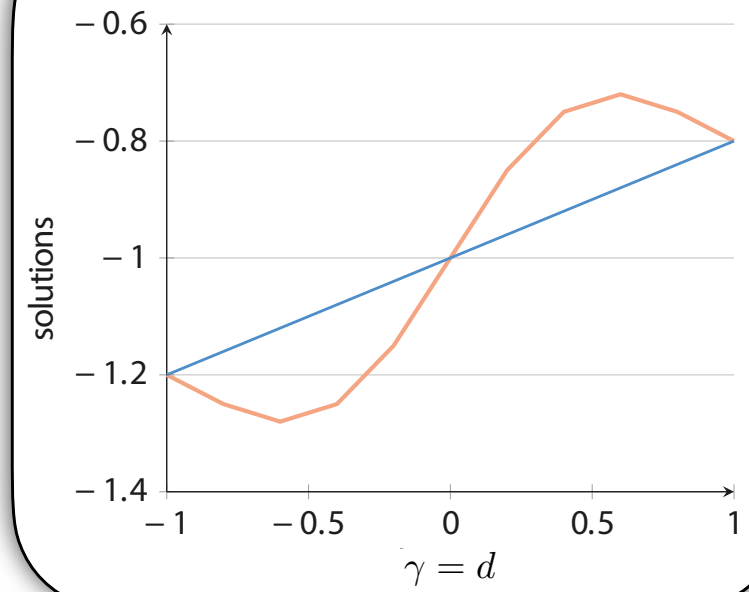
- **Rappel : chargement macroscopique uniforme :** $\underline{u_d} = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$
- **Formes des solutions attendues :**

$\underline{u_G} = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$

$\underline{u_L} = \varepsilon_0 \cdot \underline{X} + \underline{w}$ — *périodique*



Déplacements d'interface



Solutions connues pour le chargement considéré

- **Rappel : chargement macroscopique uniforme :** $\underline{u}_d = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$
- **Formes des solutions attendues :**

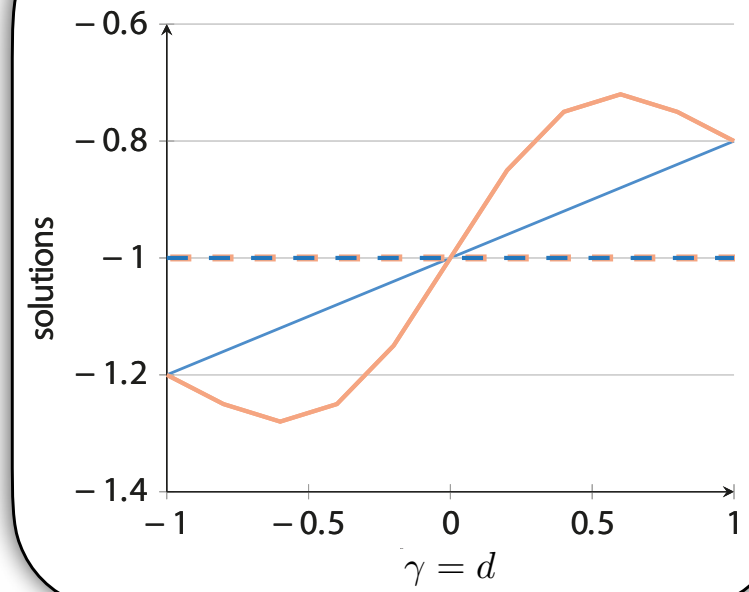
$\underline{u}_G = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$

$\underline{u}_L = \varepsilon_0 \cdot \underline{X} + \underline{w}$ — *périodique*

Composantes linéaires différentes

Comp. moyennes : $\underline{u}_G$ $\underline{u}_L$

Déplacements d'interface



Solutions connues pour le chargement considéré

- **Rappel : chargement macroscopique uniforme :** $\underline{u_d} = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$
- **Formes des solutions attendues :**

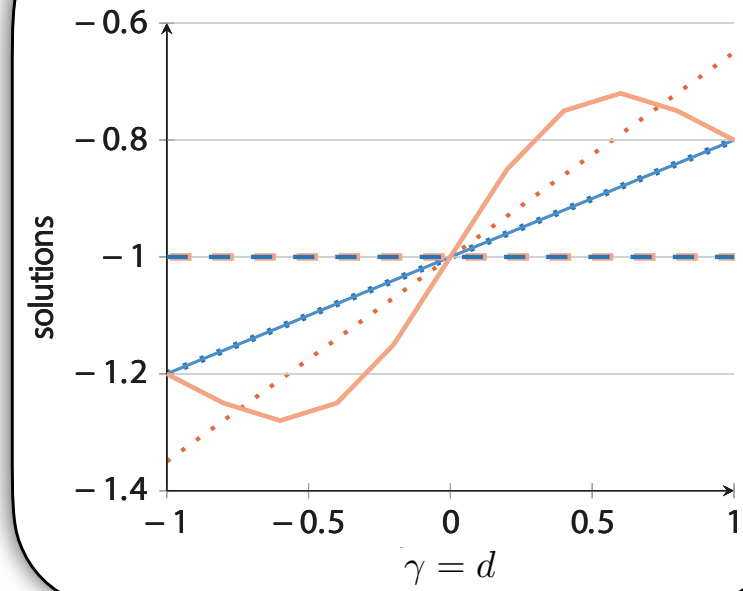
$\underline{u_G} = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$

$\underline{u_L} = \varepsilon_0 \cdot \underline{X} + \underline{w}$ — *périodique*

Composantes linéaires différentes

	$\underline{u_G}$	$\underline{u_L}$
Comp. moyennes :	– – –	– – –
Comp. linéaires :	.....	.....

Déplacements d'interface



Solutions connues pour le chargement considéré

- **Rappel : chargement macroscopique uniforme :** $\underline{u}_d = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$
- **Formes des solutions attendues :**

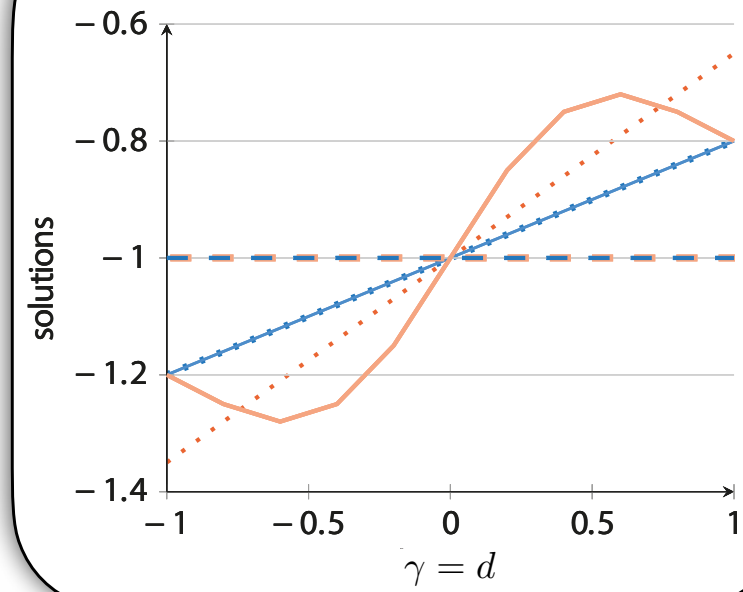
$\underline{u}_G = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$

$\underline{u}_L = \varepsilon_0 \cdot \underline{X} + \underline{w}$ — $\underline{w}$: périodique

Composantes linéaires différentes

	$\underline{u}_G$	$\underline{u}_L$
Comp. moyennes :	– – –	– – –
Comp. linéaires :	.....	.....

Déplacements d'interface



Raccord « classique »

$\underline{u}_G = \underline{u}_L$

→ Parties linéaires !?

Décomposition

$\underline{u}_L = \underline{u}_L^M + \underline{u}_L^m$

$\underline{u}_G = \underline{u}_G^M + \underline{u}_G^m$

Raccord cherché

$R(\underline{u}_L^M, \underline{u}_L^m, \underline{u}_G^M, \underline{u}_G^m) = 0$

Choix d'une cinématique macroscopique

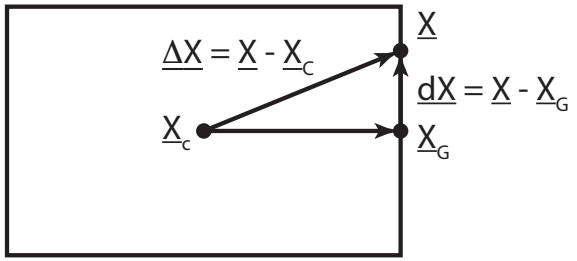
- **Quelle décomposition pour la solution macroscopique ?**

$$\underline{u}_L = \underline{u}_L^M + \underline{u}_L^m \qquad \underline{u}_G = \underline{u}_G^M + \underline{u}_G^m$$

- **Contexte d'homogénéisation second gradient** (Forest 1998; Kouznetsova et coll., 2002)
  - Gradients de déformation à l'échelle du modèle local

Déplacement macroscopique quadratique

$$\underline{u} = \underline{u}_C + (\boldsymbol{F}_M - \boldsymbol{I}_d) \cdot \Delta\underline{X} + \frac{1}{2}\boldsymbol{G}_M : \Delta\underline{X} \otimes \Delta\underline{X} + \underline{w}$$



Choix d'une cinématique macroscopique

Quelle décomposition pour la solution macroscopique ?

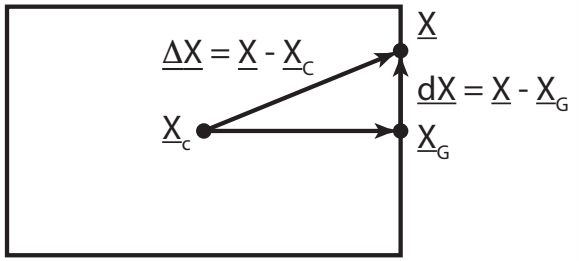
$$\underline{u}_L = \underline{u}_L^M + \underline{u}_L^m \qquad \underline{u}_G = \underline{u}_G^M + \underline{u}_G^m$$

Contexte d'homogénéisation second gradient (Forest 1998; Kouznetsova et coll., 2002)

- Gradients de déformation à l'échelle du modèle local

Déplacement macroscopique quadratique

$$\underline{u} = \underline{u}_C + (\boldsymbol{F}_M - \boldsymbol{I}_d) \cdot \Delta\underline{X} + \frac{1}{2}\boldsymbol{G}_M : \Delta\underline{X} \otimes \Delta\underline{X} + \underline{w}$$



Déplacements d'interface :

- Déplacements d'interface quadratiques
- Choix d'une base macroscopique quadratique

Déplacement macroscopique d'interface quadratique

$$\underline{u}_{|\gamma} = \underline{u}_G^* + (\boldsymbol{F}_M - \boldsymbol{I}_d) \cdot d\underline{X} + \boldsymbol{G}_M : \Delta\underline{X}_G \otimes d\underline{X} + \frac{1}{2}\boldsymbol{G}_M : d\underline{X} \otimes d\underline{X} + \underline{w}$$

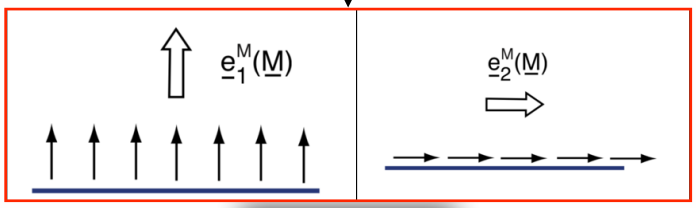
constant — linéaire en dX — quadratique en dX

Choix d'une séparation micro-macro

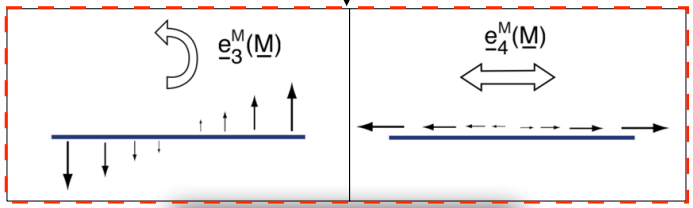
Séparation micro-macro des déplacements d'interface (Ladevèze & Dureisseix, 1999)

$$\underline{u}_G = \underline{u}_G^M + \underline{u}_G^m \qquad \underline{u}_L = \underline{u}_L^M + \underline{u}_L^m$$

$$\underline{u}_G^M = \underline{u}_G^T + \underline{u}_G^R + \underline{u}_G^Q \qquad \underline{u}_L^M = \underline{u}_L^T + \underline{u}_L^R + \underline{u}_L^Q$$



Translations



Rotation / Extension

Séparation micro-macro des travaux d'interface

$$\int_\gamma \underline{u}\cdot\underline{F}\,\mathrm{d}\Gamma = (\underline{u},\underline{F})_\gamma = (\underline{u}^T,\underline{F}^T)_\gamma + (\underline{u}^R,\underline{F}^R)_\gamma + (\underline{u}^Q,\underline{F}^Q)_\gamma + (\underline{u}^m,\underline{F}^m)_\gamma$$

Calcul des conditions de raccord

- **Hypothèse : la composante macroscopique d'interface vient du domaine global**

$$\underline{u}_L = \underline{u}_G \quad \rightarrow \quad \underline{u}_L = \underline{u}_G + \underline{w}$$

- **Conditions d'homogénéisation périodique second gradient…**

$$\int_{\partial\Omega} \underline{w} \otimes \underline{N} \, \mathrm{d}\Gamma = \mathbf{0} \qquad \int_{\partial\Omega} \underline{w} \otimes \Delta\underline{X} \otimes \underline{N} \, \mathrm{d}\Gamma = \mathbf{0}$$

(Kouznetsova et coll., 2002)

Calcul des conditions de raccord

- **Hypothèse : la composante macroscopique d'interface vient du domaine global**

$$\underline{u}_L = \underline{u}_G \quad \text{✗} \qquad \rightarrow \qquad \underline{u}_L = \underline{u}_G + \underline{w} \quad \text{✓}$$

- **Conditions d'homogénéisation périodique second gradient…**

$$\int_{\partial\Omega} \underline{w} \otimes \underline{N}\, \mathrm{d}\Gamma = \mathbf{0} \qquad \int_{\partial\Omega} \underline{w} \otimes \Delta\underline{X} \otimes \underline{N}\, \mathrm{d}\Gamma = \mathbf{0}$$

(Kouznetsova et coll., 2002)

- **… satisfaite pour :**

Conditions de couplage

moyennes : $\underline{u}_L^T = \underline{u}_G^T$

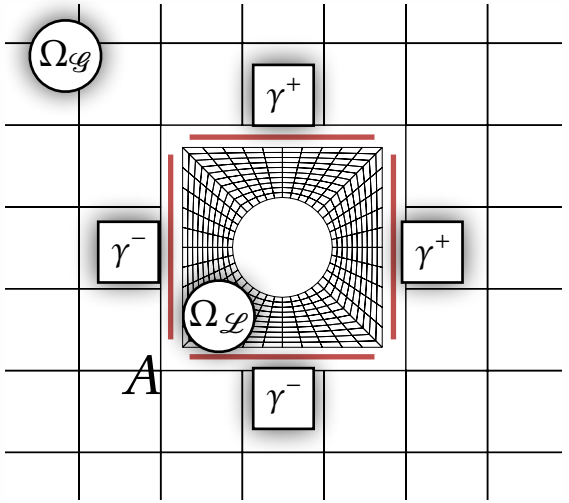
linéaires : $[\![\underline{u}_L^R]\!]_{\gamma^+/\gamma^-} = [\![\underline{u}_G^R]\!]_{\gamma^+/\gamma^-}$

coin : $\underline{u}_L(A) = \underline{u}_G(A)$ → *Condition singulière*

Conditions de périodicité

quad. : $[\![\underline{u}_L^Q]\!]_{\gamma^+/\gamma^-} = \underline{0} = [\![\underline{u}_G^Q]\!]_{\gamma^+/\gamma^-}$

compl. : $[\![\underline{u}_L^m]\!]_{\gamma^+/\gamma^-} = \underline{0} = [\![\underline{u}_G^m]\!]_{\gamma^+/\gamma^-}$



$$[\![\underline{u}]\!]_{\gamma^+/\gamma^-} = \underline{u}_{|\gamma^+} - \underline{u}_{|\gamma^-}$$

Application sur le problème jouet

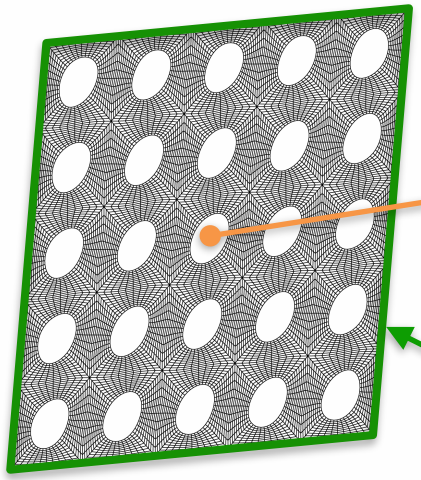
- **Raccord pour modèles non-compatibles proposé :**

Conditions de couplage

Conditions de périodicité

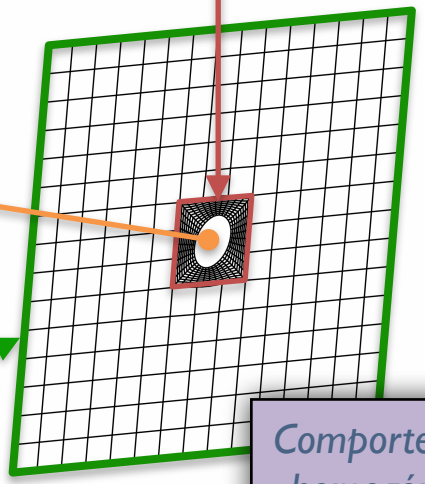
- **Ecart avec la référence : erreur en norme énergétique**

$$\|\underline{u}_L - \underline{u}_R\|_{\mathrm{E}}^2 = \frac{1}{2\mathrm{vol}(\mathrm{E})} \int_{\mathrm{E}} \boldsymbol{\varepsilon}(\underline{u}_L - \underline{u}_R) : \mathbf{K}_L : \boldsymbol{\varepsilon}(\underline{u}_L - \underline{u}_R)\, \mathrm{d}\Omega$$



zone d'intérêt (cellule centrale)

$$e_{\mathrm{E}} = \frac{\|\underline{u}_L - \underline{u}_R\|_{\mathrm{E}}}{\|\underline{u}_R\|_{\Omega_L}}$$



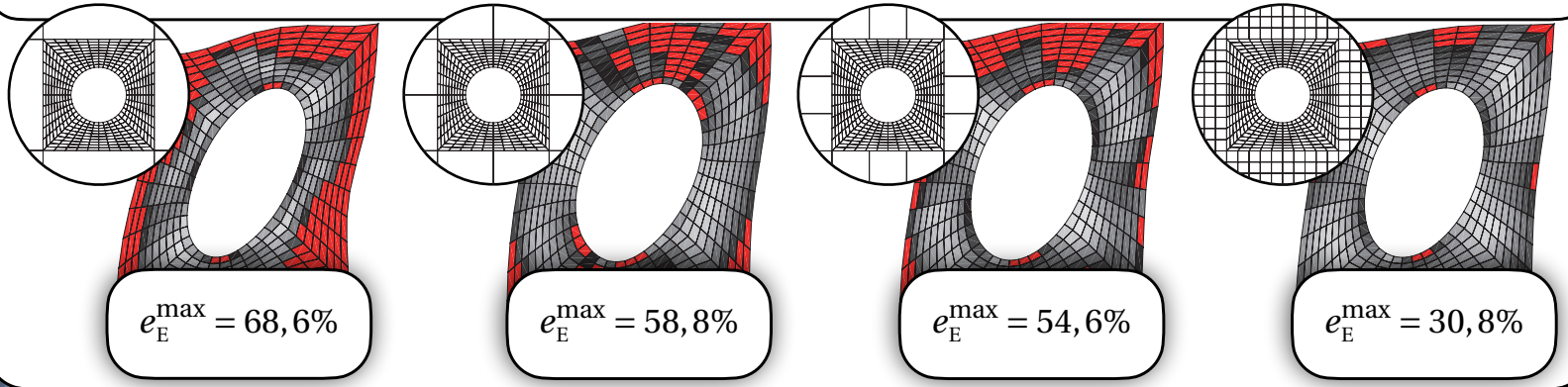
Comportement homogénéisé

Conditions aux limites

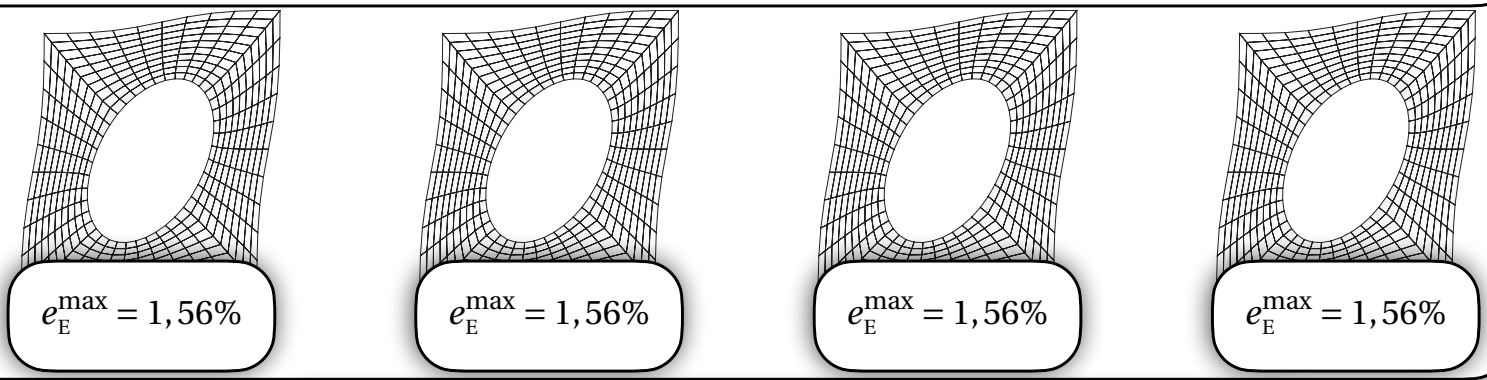
$$\underline{u}_{|\partial_u \Omega_G} = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$$

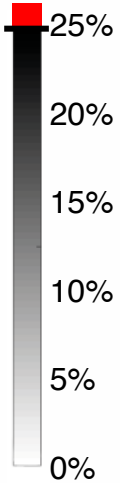
Chargement macroscopique uniforme

Raccord Mortar



Raccord proposé





- **Ecart avec la référence**
  - Diminue par rapport à une approche Mortar
  - Est constante en fonction du maillage global
  - Ne s'annule pas (erreur de modèle)



Raccord de modèles non-compatibles

1. **Bilan de la section :**
   - Objectifs et limitation d'une méthode de la littérature
   - Conditions de raccord sur plusieurs échelles
   - Applications
2. **Contribution :**
   - Proposition d'une méthode de raccord surfacique pour le couplage global/ local de structures hétérogènes
3. **Résultats principaux :**
   - *Solution locale beaucoup plus proche de la référence*
   - *Pas d'opérateurs homogénéisés calculés*
   - *Peu sensible à la discrétisation*
   - *Condition singulière dans un coin*



Plan

1. **Introduction et état de l'art**

2. **Couplage de modèles non-compatibles**

3. **Implémentation et adaptation non-intrusive**
   - Objectifs et méthode non-intrusive de la littérature
   - Proposition d'un développement non-intrusif pour le couplage de modèles non-compatibles
   - Applications

4. **Conclusions et perspectives**



Plan

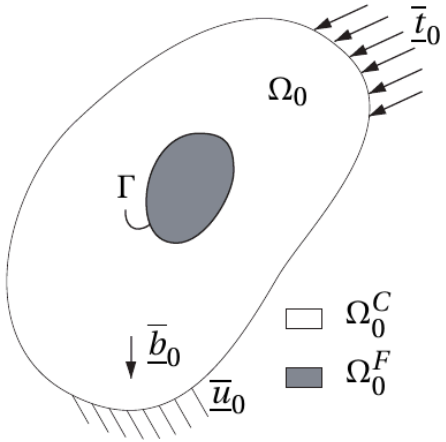
1. **Introduction et état de l'art**

2. **Couplage de modèles non-compatibles**

3. **Implémentation et adaptation non-intrusive**
   - Objectifs et méthode non-intrusive de la littérature
   - Proposition d'un développement non-intrusif pour le couplage de modèles non-compatibles
   - Applications

4. **Conclusions et perspectives**

Objectif



Modèle couplé à $t = 0$

$$\text{Trouver } (\underline{u}^C, \underline{u}^F, \underline{\lambda}) \in \mathscr{U}^C \times \mathscr{U}^F \times \mathscr{M} \text{ tel que :}$$

$$\begin{cases} a^C(\underline{u}^C, \delta\underline{u}^C) + b(\underline{\lambda}, \delta\underline{u}^C) = l^C(\delta\underline{u}^C), & \forall \delta\underline{u}^C \in \mathscr{U}_0^C \\ a^F(\underline{u}^F, \delta\underline{u}^F) - b(\underline{\lambda}, \delta\underline{u}^F) = l^F(\delta\underline{u}^F), & \forall \delta\underline{u}^F \in \mathscr{U}_0^F \\ b(\delta\underline{\lambda}, \underline{u}^C - \underline{u}^F) = 0 & \forall \delta\underline{\lambda} \in \mathscr{M} \end{cases}$$

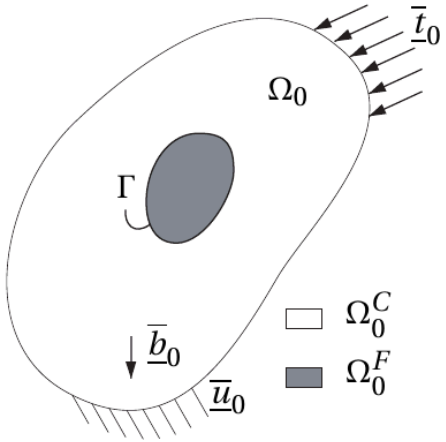
avec :

$$a^\alpha(\underline{u}^\alpha, \delta\underline{u}^\alpha) = \int_{\Omega_0^\alpha} \boldsymbol{P}(\underline{u}^\alpha) : \frac{\partial \delta\underline{u}^\alpha}{\partial \boldsymbol{X}} \, \mathrm{d}V_0$$

$$l^\alpha(\delta\underline{u}^\alpha) = \int_{\partial_t\Omega_0^\alpha} \underline{\bar{t}}_0 \cdot \delta\underline{u}^\alpha \, \mathrm{d}\Gamma_0$$

$$b(\underline{\lambda}, \underline{u}) = \langle \underline{\lambda}, B\underline{u} \rangle_{H^{-1/2}(\Gamma) \times H^{1/2}(\Gamma)} = \int_\Gamma \underline{F} \cdot \underline{W} \, \mathrm{d}\Gamma$$

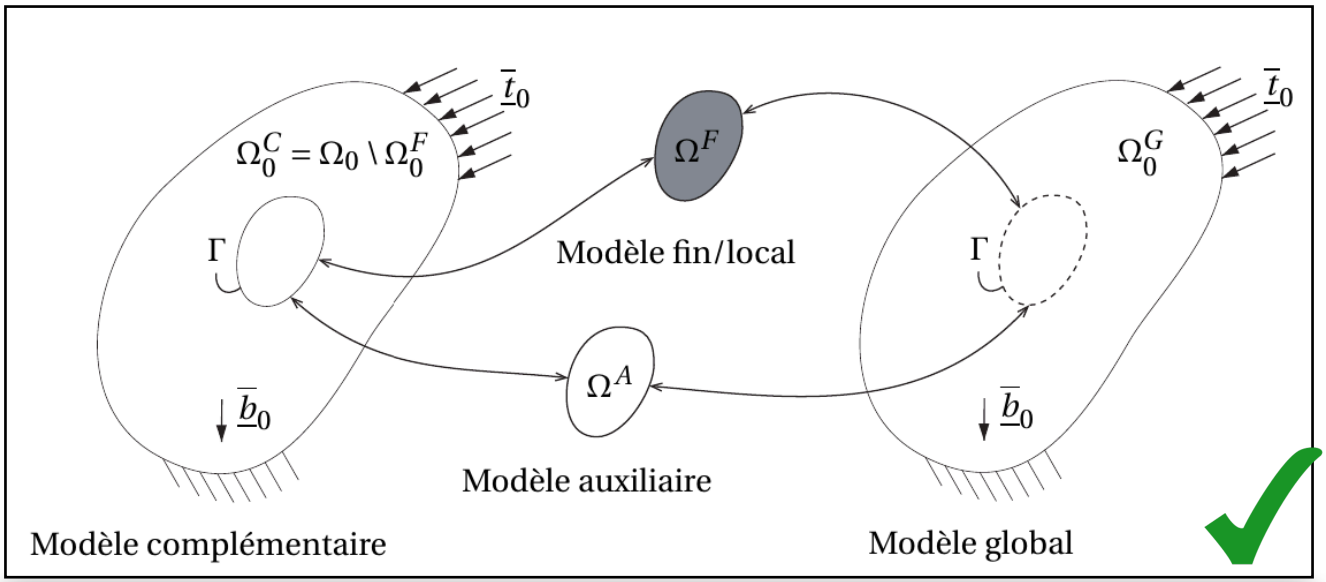
Objectif



Modèle couplé à $t = 0$

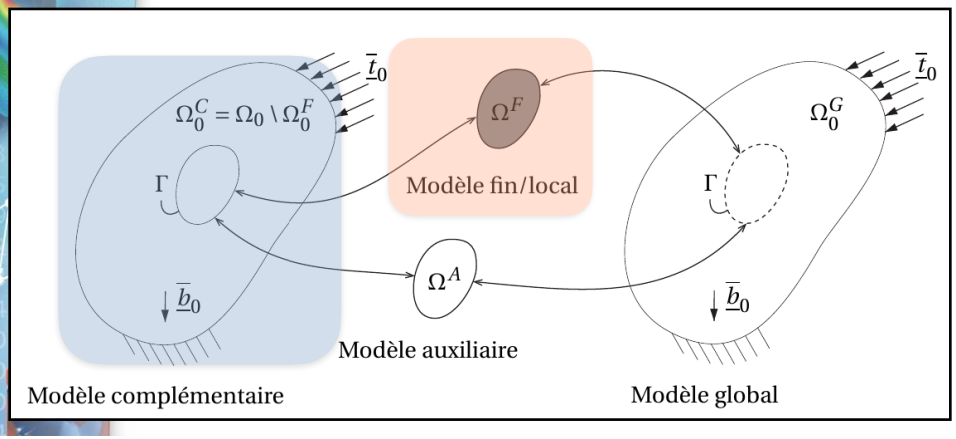
$$\text{Trouver } (\underline{u}^C, \underline{u}^F, \underline{\lambda}) \in \mathcal{U}^C \times \mathcal{U}^F \times \mathcal{M} \text{ tel que :}$$

$$\begin{cases} a^C(\underline{u}^C, \delta\underline{u}^C) + b(\underline{\lambda}, \delta\underline{u}^C) = l^C(\delta\underline{u}^C), & \forall \delta\underline{u}^C \in \mathcal{U}_0^C \\ a^F(\underline{u}^F, \delta\underline{u}^F) - b(\underline{\lambda}, \delta\underline{u}^F) = l^F(\delta\underline{u}^F), & \forall \delta\underline{u}^F \in \mathcal{U}_0^F \\ b(\delta\underline{\lambda}, \underline{u}^C - \underline{u}^F) = 0 & \forall \delta\underline{\lambda} \in \mathcal{M} \end{cases}$$



Proposer une méthode de résolution non-intrusive adaptée au couplage pour modèles non-compatibles

Algorithme point-fixe



Data : *initialization* $\underline{\lambda}_0 \leftarrow \underline{0}$, $n \leftarrow 0$

while *not at convergence* **do**

Coarse model problem : Find $\underline{u}_{n+1}^C \in \mathcal{U}^C$ such that :

$$a^C\left(\underline{u}_{n+1}^C, \delta\underline{u}^C\right) = l^C\left(\delta\underline{u}^C\right) - b\left(\underline{\lambda}_n, \delta\underline{u}^C\right), \quad \forall \delta\underline{u}^C \in \mathcal{U}_0^C$$

Entrée standard

Sortie standard

Fine model problem : Find $\left(\underline{u}_{n+1}^F, \underline{\lambda}_{n+1}\right) \in \mathcal{U}^F \times \mathcal{M}$ such that :

$$\begin{cases} a^F\left(\underline{u}_{n+1}^F, \delta\underline{u}^F\right) - b\left(\underline{\lambda}_{n+1}, \delta\underline{u}^F\right) = l^F\left(\delta\underline{u}^F\right), & \forall \delta\underline{u}^F \in \mathcal{U}_0^F \\ b\left(\delta\underline{\lambda}, \underline{u}_{n+1}^C - \underline{u}_{n+1}^F\right) = 0 & \forall \delta\underline{\lambda} \in \mathcal{M} \end{cases}$$

Sortie standard

(Ainsworth, 2001)

Entrée standard

Convergence test

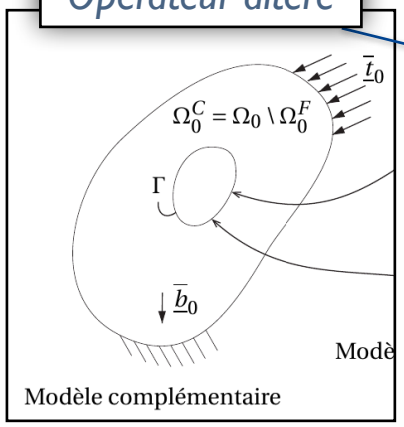
end

Utiliser le modèle global initial

Utilisation de l'opérateur de rigidité global initial

- (Gendre, 2009; Duval, 2016; Gosselet et coll., 2018)

Opérateur altéré



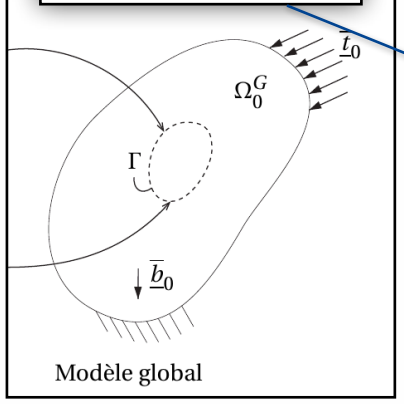
Find $\underline{u}_{n+1}^C \in \mathcal{U}^C$ such that :

$$a^C(\underline{u}_{n+1}^C, \delta\underline{u}^C) = l^C(\delta\underline{u}^C) - b(\underline{\lambda}_n, \delta\underline{u}^C), \quad \forall \delta\underline{u}^C \in \mathcal{U}_0^C$$

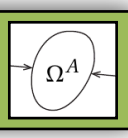
$$a^G(u,v) = a^C(u,v) + a^A(u,v)$$

$$l^G(v) = l^C(v) + l^A(v)$$

Opérateur initial



Terme additionnel modèle auxiliaire



Find $\underline{u}_{n+1}^G \in \mathcal{U}^G$ such that :

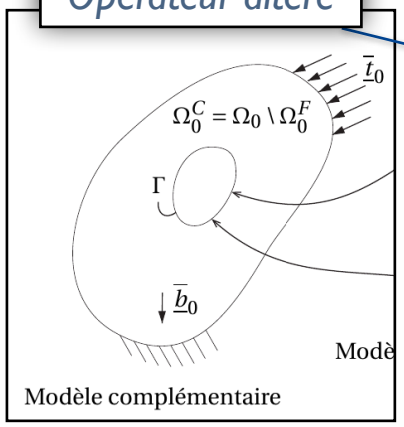
$$a^G(\underline{u}_{n+1}^G, \delta\underline{u}^G) = l^G(\delta\underline{u}^G) + b(\underline{\lambda}_n^A, \delta\underline{u}^G) - b(\underline{\lambda}_n, \delta\underline{u}^G), \quad \forall \delta\underline{u}^G \in \mathcal{U}_0^G$$

Utiliser le modèle global initial

Utilisation de l'opérateur de rigidité global initial

- (Gendre, 2009; Duval, 2016; Gosselet et coll., 2018)

Opérateur altéré



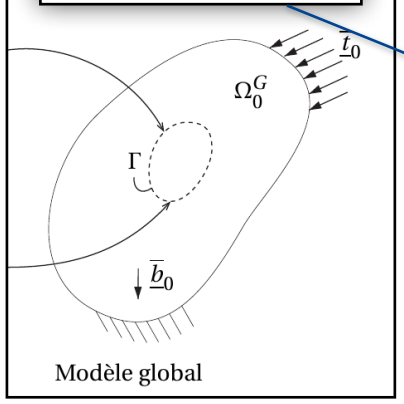
Find $\underline{u}_{n+1}^C \in \mathcal{U}^C$ such that :

$$a^C(\underline{u}_{n+1}^C, \delta\underline{u}^C) = l^C(\delta\underline{u}^C) - b(\underline{\lambda}_n, \delta\underline{u}^C), \quad \forall \delta\underline{u}^C \in \mathcal{U}_0^C$$

$$a^G(u,v) = a^C(u,v) + a^A(u,v)$$

$$l^G(v) = l^C(v) + l^A(v)$$

Opérateur initial



Sortie standard

Terme additionnel modèle auxiliaire Ω^A

Find $\underline{u}_{n+1}^G \in \mathcal{U}^G$ such that :

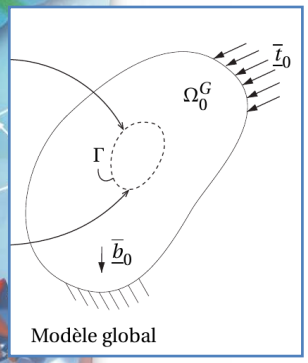
$$a^G(\underline{u}_{n+1}^G, \delta\underline{u}^G) = l^G(\delta\underline{u}^G) + b(\underline{\lambda}_n^A, \delta\underline{u}^G) - b(\underline{\lambda}_n, \delta\underline{u}^G), \quad \forall \delta\underline{u}^G \in \mathcal{U}_0^G$$

Entrée standard

Algorithme non-intrusif final

Data : *initialization* $\underline{\lambda}_0 \leftarrow 0$, $n \leftarrow 0$

while *not at convergence* **do**



Modèle global

Global model problem : Find $\underline{u}_{n+1}^G \in \mathscr{U}^G$ under the periodicity constraints $(\mathscr{P})$ such that :

$$a^G\left(\underline{u}_{n+1}^G, \delta\underline{u}^G\right) = l^G\left(\delta\underline{u}^G\right) + b\left(\underline{\lambda}_n^A, \delta\underline{u}^G\right) - b\left(\underline{\lambda}_n, \delta\underline{u}^G\right), \quad \forall \delta\underline{u}^G \in \mathscr{U}_0^G$$

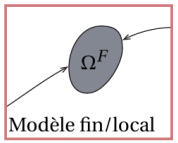
Local/Fine model problem : Find $\underline{u}_{n+1}^F \in \mathscr{U}^F$ under the coupling constraints $(\mathscr{B})$ such that :

$$a^F\left(\underline{u}_{n+1}^F, \delta\underline{u}^F\right) = l^F\left(\delta\underline{u}^F\right), \quad \forall \delta\underline{u}^F \in \mathscr{U}_0^F$$

Then, compute term :

$$b\left(\underline{\lambda}_{n+1}, \delta\underline{u}^F\right) = a^F\left(\underline{u}_{n+1}^F, \delta\underline{u}^F\right) - l^F\left(\delta\underline{u}^F\right), \forall \delta\underline{u}^F \in \mathscr{U}_0^F$$

and extract : $\underline{\lambda}_{n+1} \in \mathscr{M}$



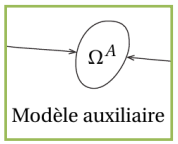
Modèle fin/local

Auxiliary model problem : Find $\underline{u}_{n+1}^A \in \mathscr{U}^F$ under the constraint $\underline{u}_{n+1}^A = \underline{u}_{n+1}^G$ on Γ such that :

$$a^A\left(\underline{u}_{n+1}^A, \delta\underline{u}^A\right) = l^A\left(\delta\underline{u}^A\right), \quad \forall \delta\underline{u}^A \in \mathscr{U}_0^A$$

Then, compute term :

$$b\left(\underline{\lambda}_{n+1}^A, \delta\underline{u}^A\right) = a^A\left(\underline{u}_{n+1}^A, \delta\underline{u}^A\right) - l^A\left(\delta\underline{u}^A\right), \forall \delta\underline{u}^A \in \mathscr{U}_0^A (= \mathscr{U}_{|\Omega^A}^G)$$



Modèle auxiliaire

Convergence test

end

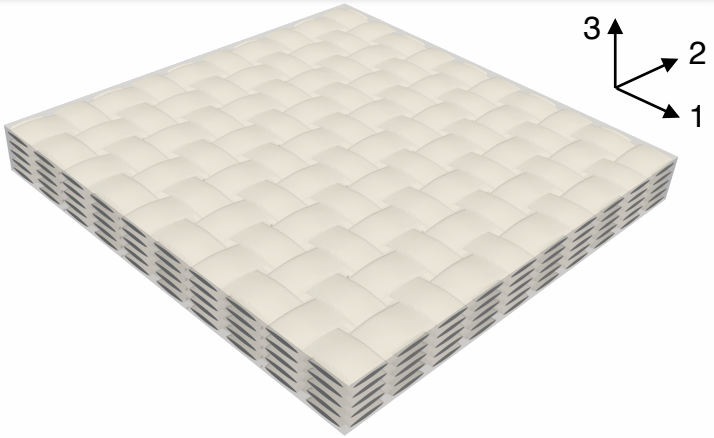
Condition de convergence :

- Conditions sur les rigidités d'interface
- Non-contractant pour un fort ratio de matériau rigide sur l'interface

Application dans le code Z-set

Exemple sur un composite stratifié

Modèle de référence



degrés de libertés : 3 millions

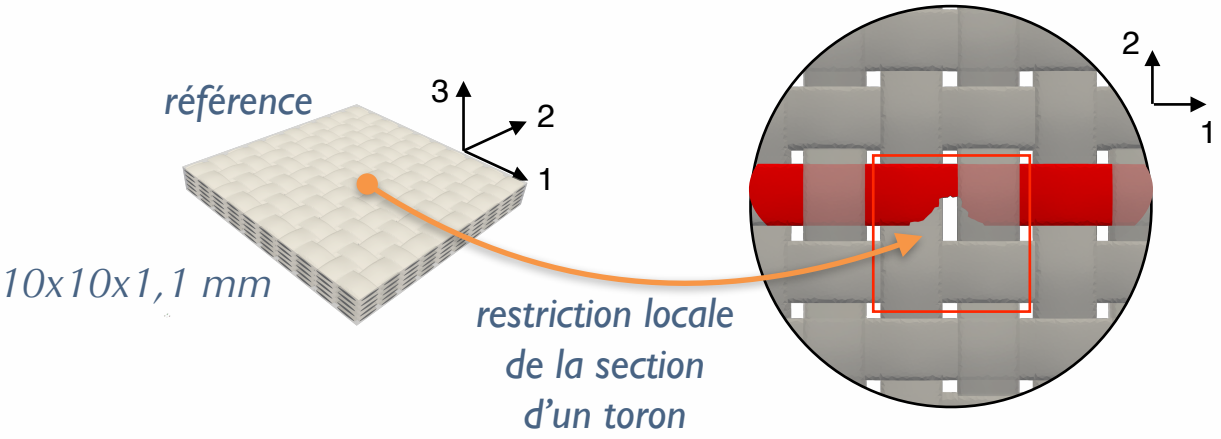
Conditions aux limites :
déformation macroscopique linéaire

$$u_d = (\mathbf{F}^M - \boldsymbol{I}_d)\underline{X} + \frac{1}{2}\mathbf{G}^M \underline{X} \otimes \underline{X}$$

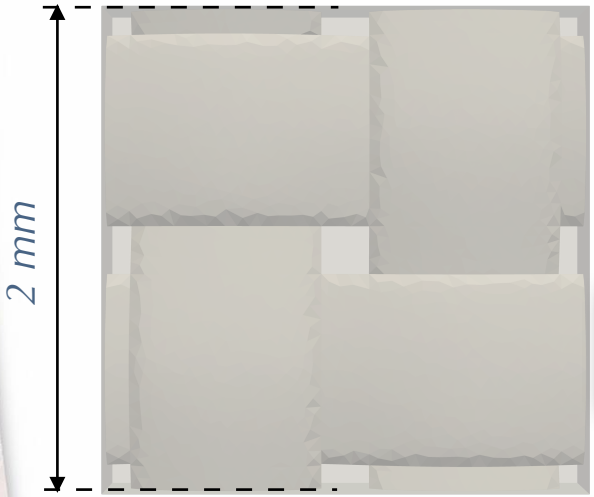
avec (termes non nuls) :

$$F^M_{11} = 1.1 \qquad G^M_{222} = -0.00138$$
$$F^M_{22} = 0.9 \qquad G^M_{112} = 0.024$$
$$G^M_{211} = -0.036$$

Variation locale du tissage de référence



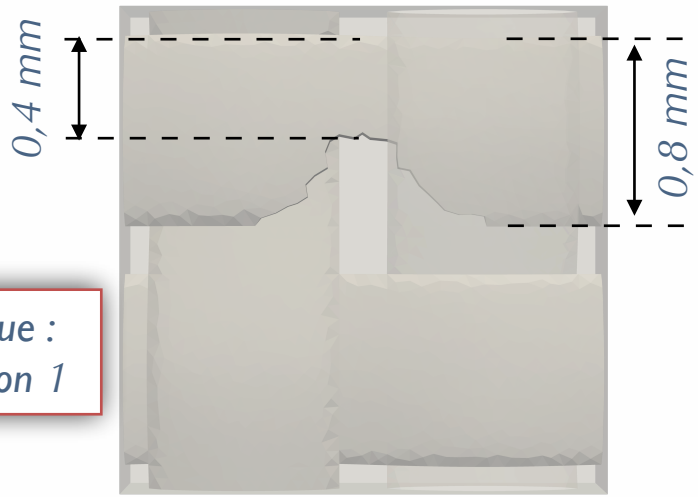
cellule sans restriction



Rigidité macroscopique :
-11% dans la direction 1

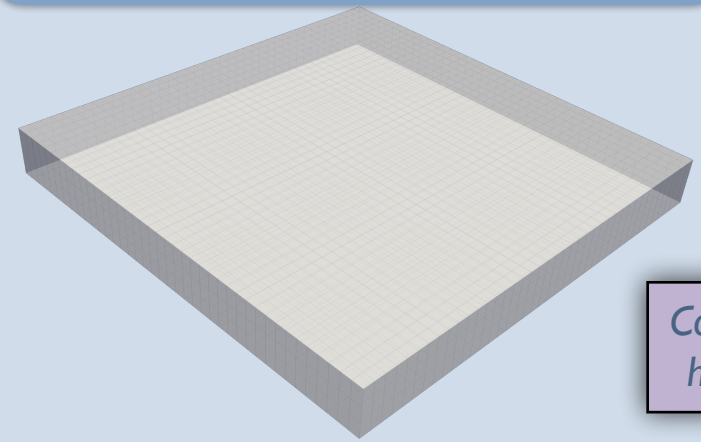
1

cellule avec restriction



Modèles pour une résolution non-intrusive

Modèle global



degrés de libertés : 21 000

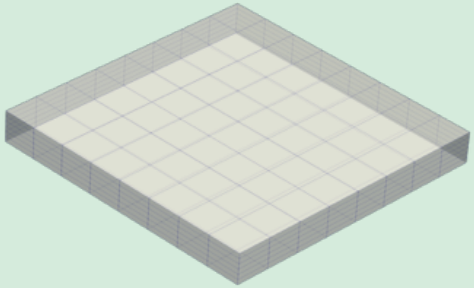
Comportement homogénéisé

Modèle local



degrés de libertés : 30 000

Modèle auxiliaire

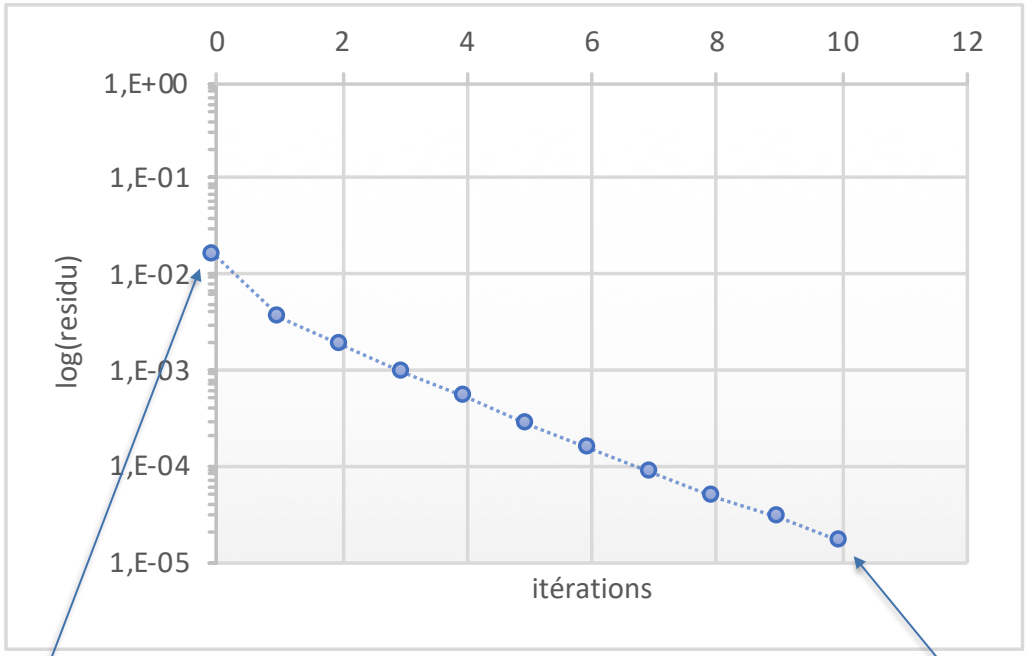


degrés de libertés : 300

Comportement homogénéisé

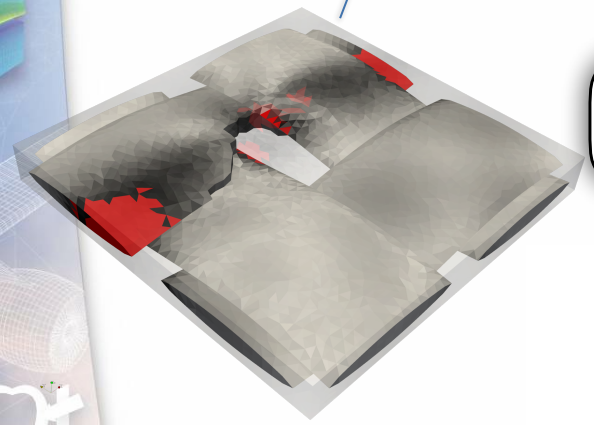
Résolution non-intrusive du raccord proposé

Convergence de l'algorithme non-intrusif



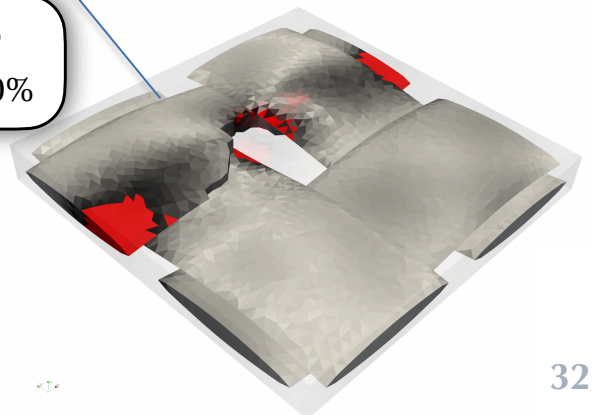
résidu de convergence :

$$r = \frac{\|[F_{corr}]^k - [F_{corr}]^{k+1}\|}{\|\underline{F}\|}$$



$e_E^{max} = 50\%$
$e_E^{moy} = 7,82\%$

$e_E^{max} = 47\%$
$e_E^{moy} = 7,80\%$

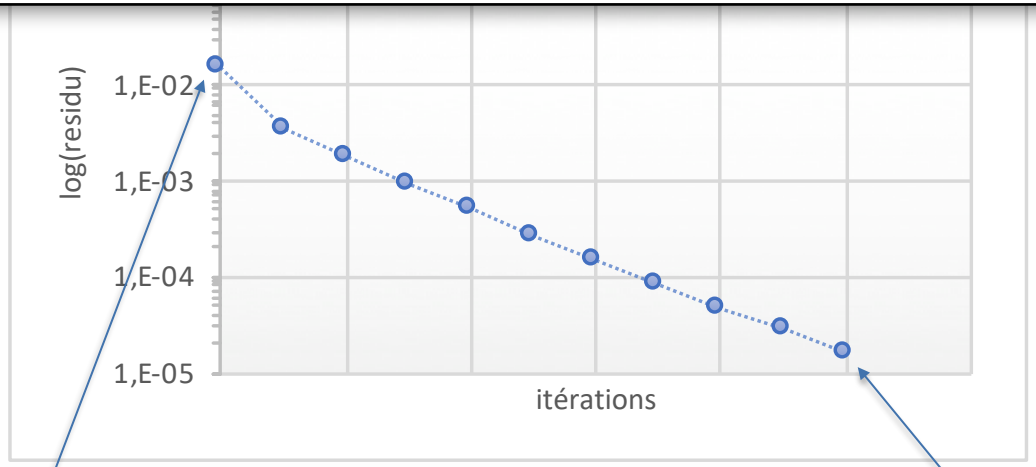


Ecart en norme énergétique

0% 5% 10% 15% 20% 25%

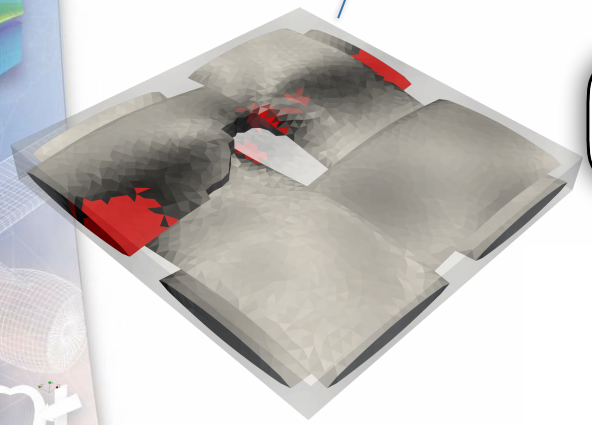
Résolution non-intrusive du raccord proposé

- *Ecart moyen avec le problème de référence de l'ordre de 7%*
- *Erreur localisée dans le chemin de l'effort*
- *Faible décroissance de l'erreur*
- *Itérations pour corriger le modèle global*



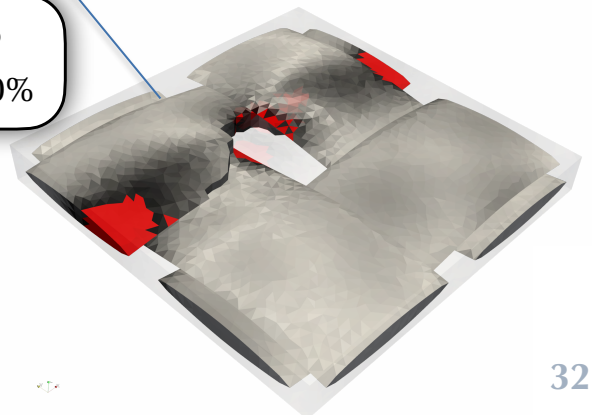
résidu de convergence :

$$r = \frac{\|[F_{corr}]^k - [F_{corr}]^{k+1}\|}{\|\underline{F}\|}$$



$e_E^{max} = 50\%$
$e_E^{moy} = 7,82\%$

$e_E^{max} = 47\%$
$e_E^{moy} = 7,80\%$

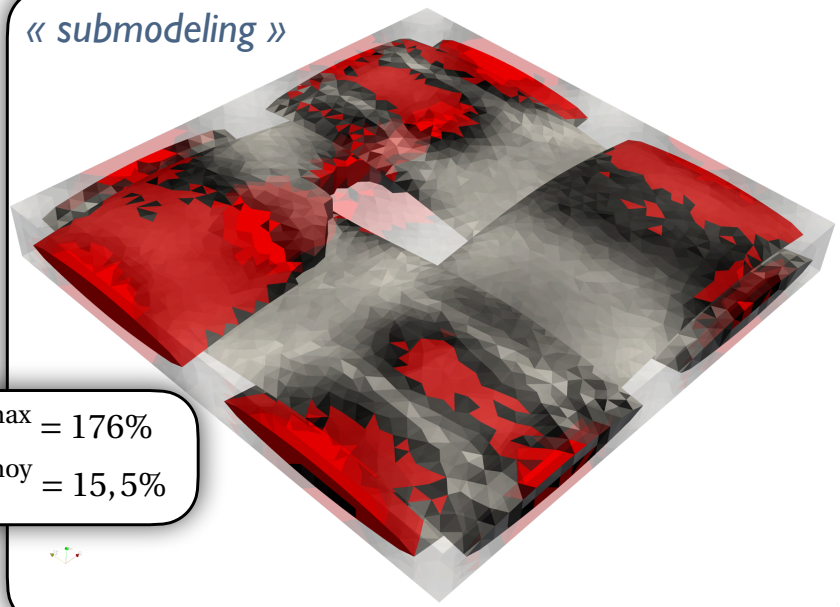


Ecart en norme énergétique

0% 5% 10% 15% 20% 25%

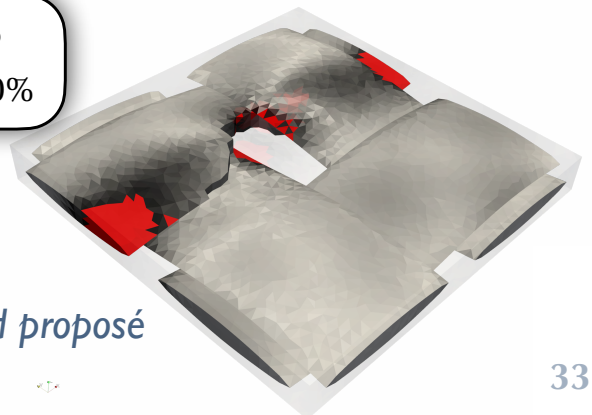
Comparaison avec une méthode descendante

« *submodeling* »



$e_E^{max} = 176\%$
$e_E^{moy} = 15,5\%$

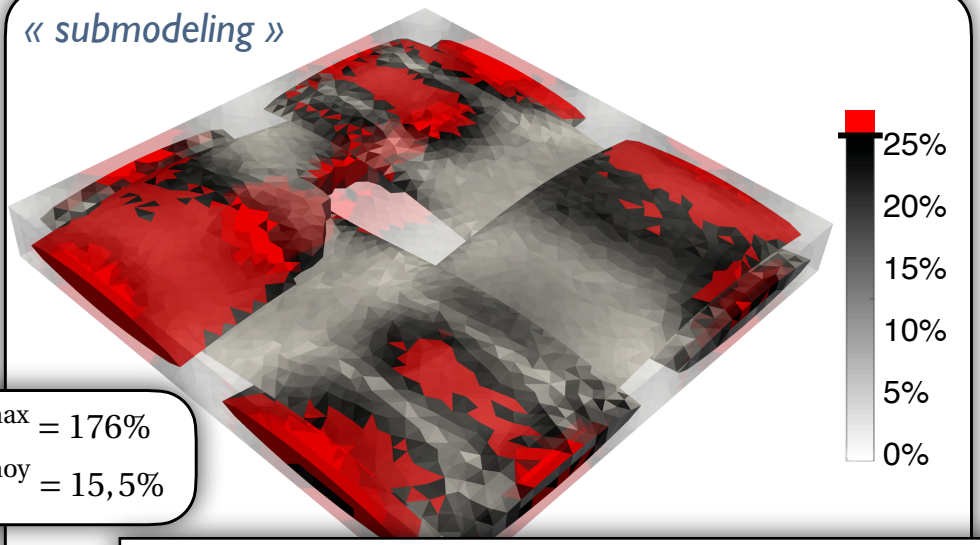
$e_E^{max} = 47\%$
$e_E^{moy} = 7,80\%$



raccord proposé

Comparaison avec une méthode descendante

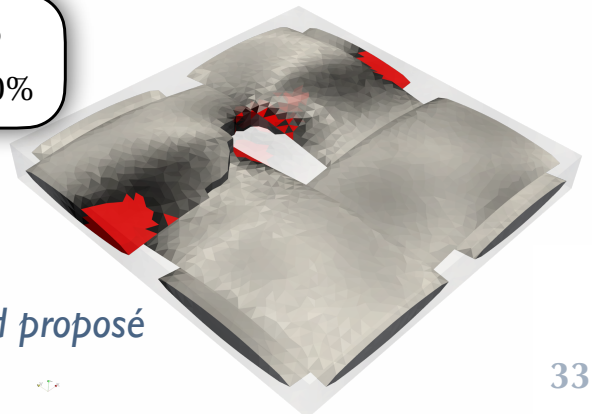
« *submodeling* »



$e_E^{max} = 176\%$
$e_E^{moy} = 15,5\%$

- *Ecart moyen avec le problème de référence de l'ordre de 15%*
- *Erreur relativement étendue*
- *Pas de répercussion sur l'analyse globale (analyse descendante)*

$e_E^{max} = 47\%$
$e_E^{moy} = 7,80\%$



raccord proposé

Implantation dans un contexte industriel

1. **Bilan de la section :**
   - Objectifs et méthode non-intrusive de la littérature
   - Adaptation de la méthode de couplage pour une formulation standard
   - Présentation de l'algorithme global/local modifié pour un raccord dédié au couplage de modèle non-compatibles
   - Applications
2. **Contribution :**
   - Proposition d'un algorithme de résolution global/local non-intrusif pour un raccord de modèles non-compatibles
3. **Résultats principaux :**
   - *Mise en place de l'algorithme à partir de modifications mineures du couplage*
   - *Développement d'un démonstrateur Z-set/Python*
   - *Ne converge pas pour une forte proportion de matériau rigide sur l'interface*



Plan

1. Introduction et état de l'art

2. Couplage de modèles non-compatibles

3. Implémentation et adaptation non-intrusive

4. Conclusions et perspectives



Plan

1. Introduction et état de l'art

2. Couplage de modèles non-compatibles

3. Implémentation et adaptation non-intrusive

4. Conclusions et perspectives

Conclusions

Aspects scientifiques

- ✓ *Méthode de raccord différente de celles de la littérature*
- ✓ *Adaptée à une incompatibilité de modèle de type homogénéisé/microstructuré*
- ✓ *Pas besoin de calculer des opérateurs homogénéisés*

Aspects industriels

- ✓ *Utilisable dans des cas de matériaux tissés en 3D*
- ✓ *Implantable dans une architecture logiciel industrielles sans modifications du code et des jeux de données initiaux*

Limites

- ✗ *Géométries parallélépipédiques*
- ✗ *Convergence en fonction du ratio d'hétérogénéité sur l'interface*

Perspectives

Court terme

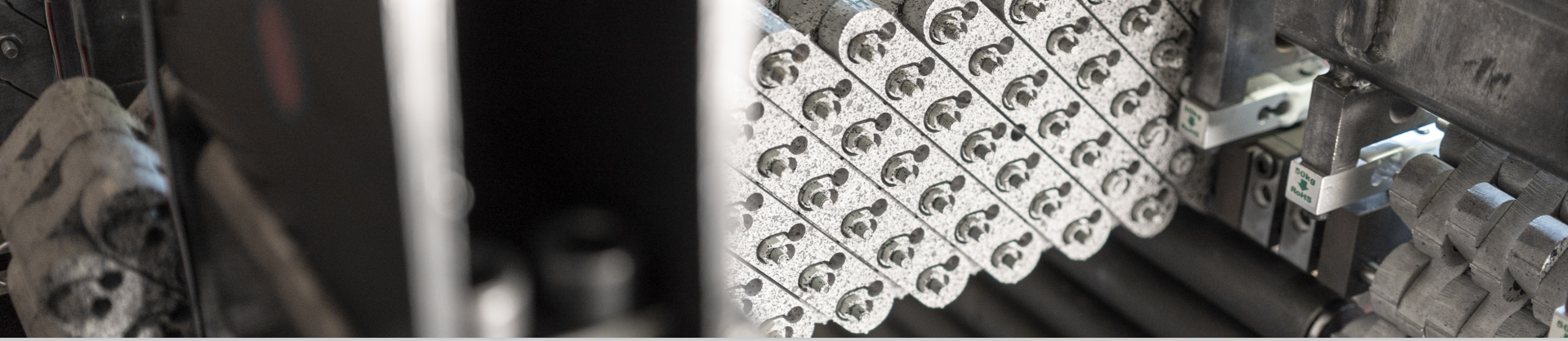
- *Méthodes de relaxation pour les cas qui ne convergent pas*
- *Améliorer la condition de couplage singulière*

Moyen terme

- *Automatiser et faciliter la mise en données*
- *Automatiser le choix des conditions de couplage*
- *Prise en compte des incompatibilités géométriques*

Long terme

- *Extension à des géométries plus complexes*
- *Extension à des non-linéarité matériaux*

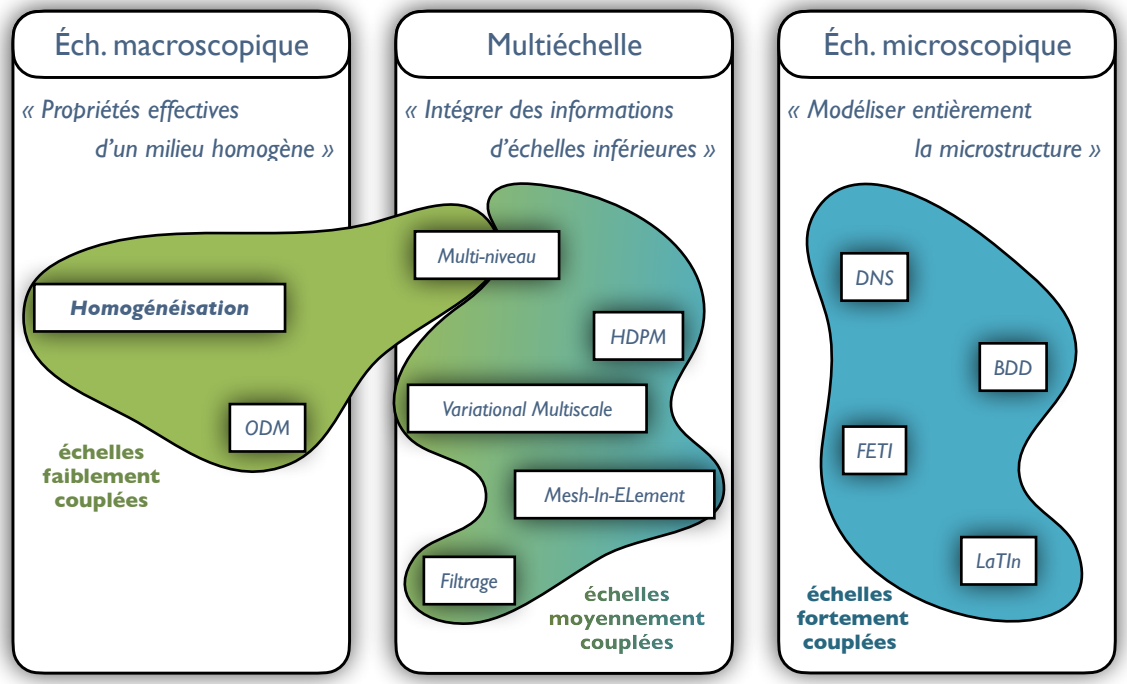


Merci de votre attention



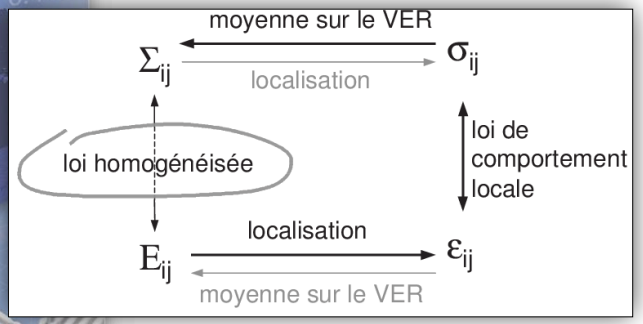
Post-Doc

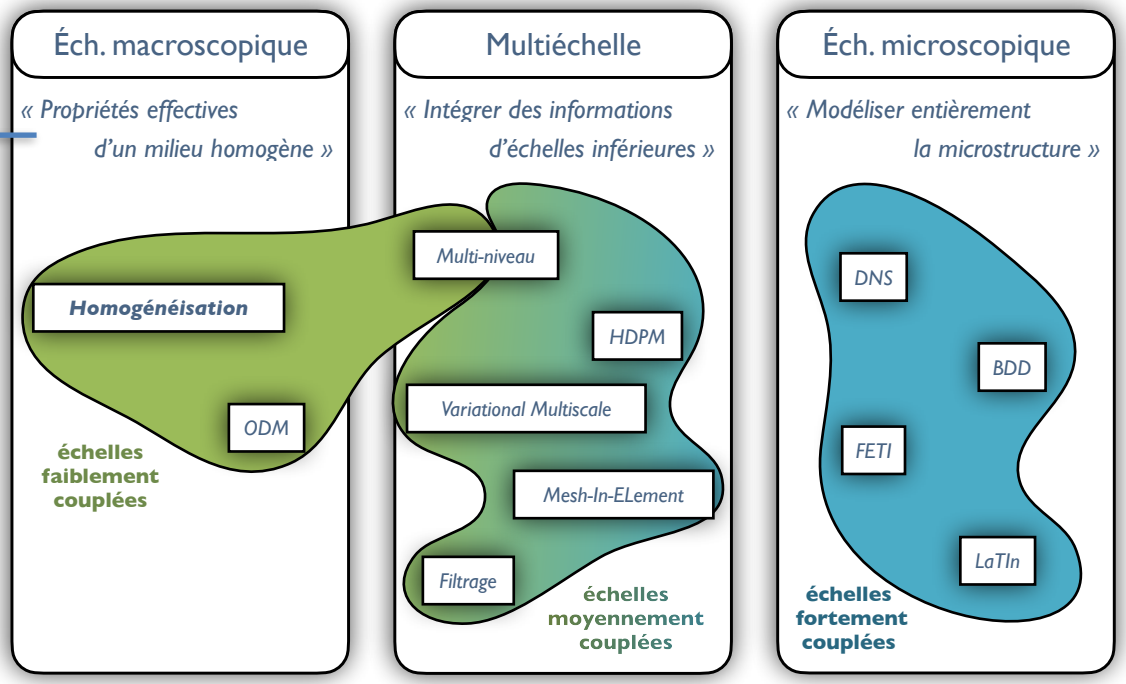
Post-Doc


Éch. macroscopique
« Propriétés effectives d'un milieu homogène »
Homogénéisation
ODM
échelles faiblement couplées
Multiéchelle
« Intégrer des informations d'échelles inférieures »
Multi-niveau
HDPM
Variational Multiscale
Mesh-In-ELement
Filtrage
échelles moyennement couplées
Éch. microscopique
« Modéliser entièrement la microstructure »
DNS
BDD
FETI
LaTIn
échelles fortement couplées

Post-Doc

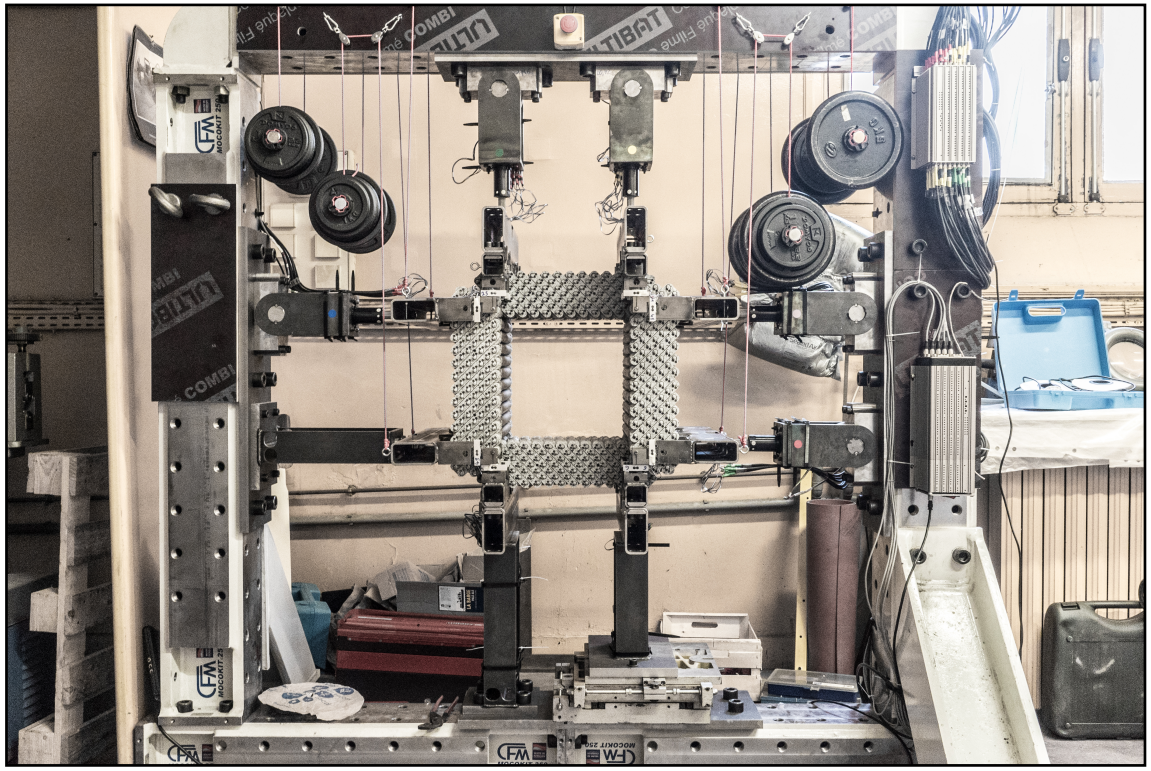
Propriétés effectives difficiles à obtenir de manière phénoménologique

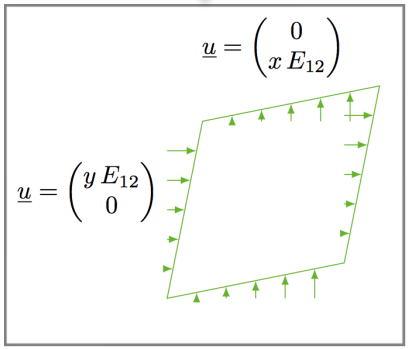


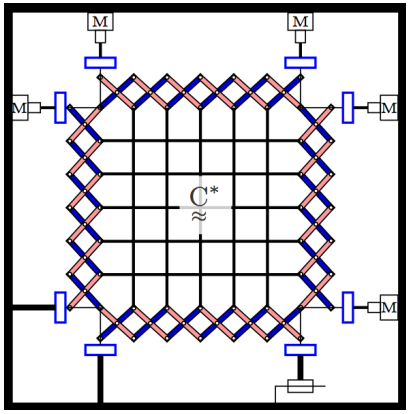


Post-Doc

Déformations macroscopiques imposées E







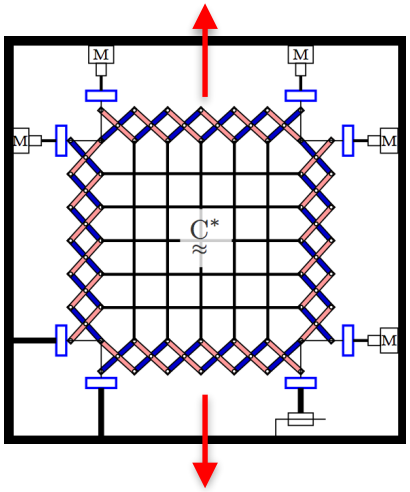
Contraintes macroscopiques mesurées Σ

(Dassonville et coll., 2020)

- **Voigt Notations:**

$$\hat{\sigma}_0 = \mathbf{K}^H \hat{\varepsilon}_0$$

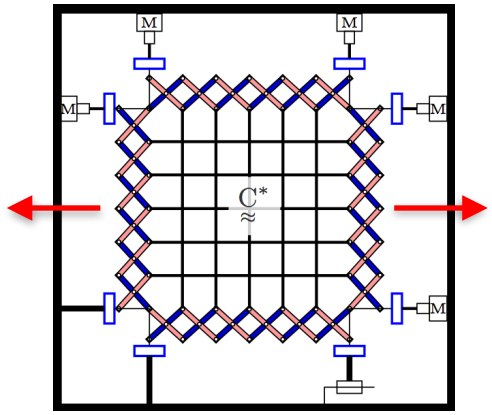
- **Elementary loading (2D case):**

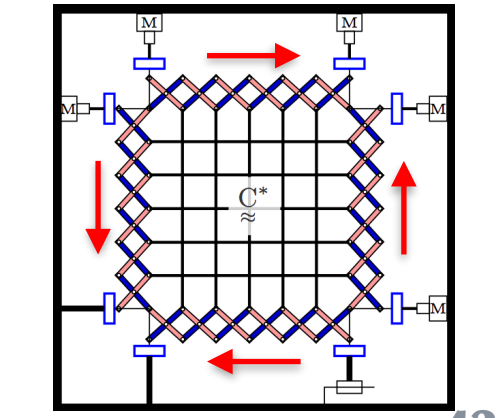


$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} \hat{\sigma}_0 & & \end{array}\right] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} & \hat{\sigma}_0 & \end{array}\right] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} & & \hat{\sigma}_0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

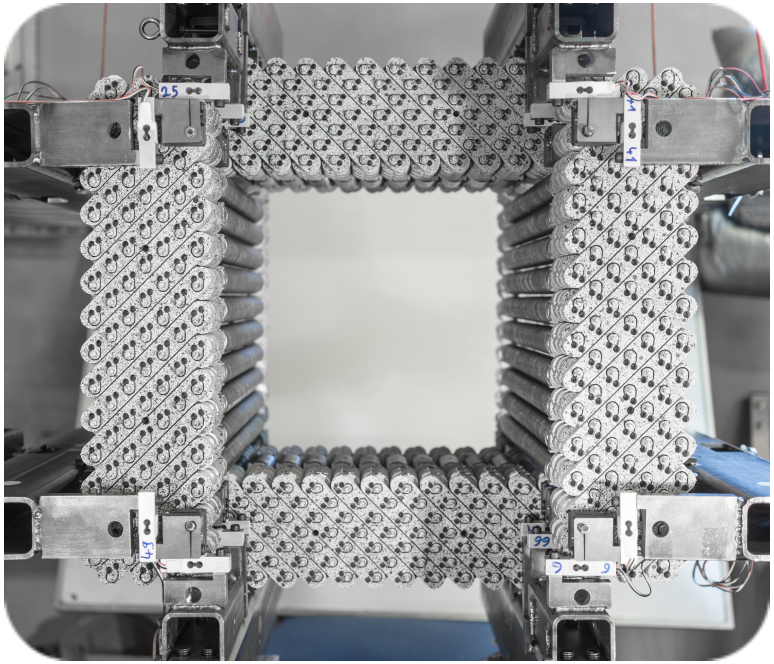




Post-Doc

Programme :

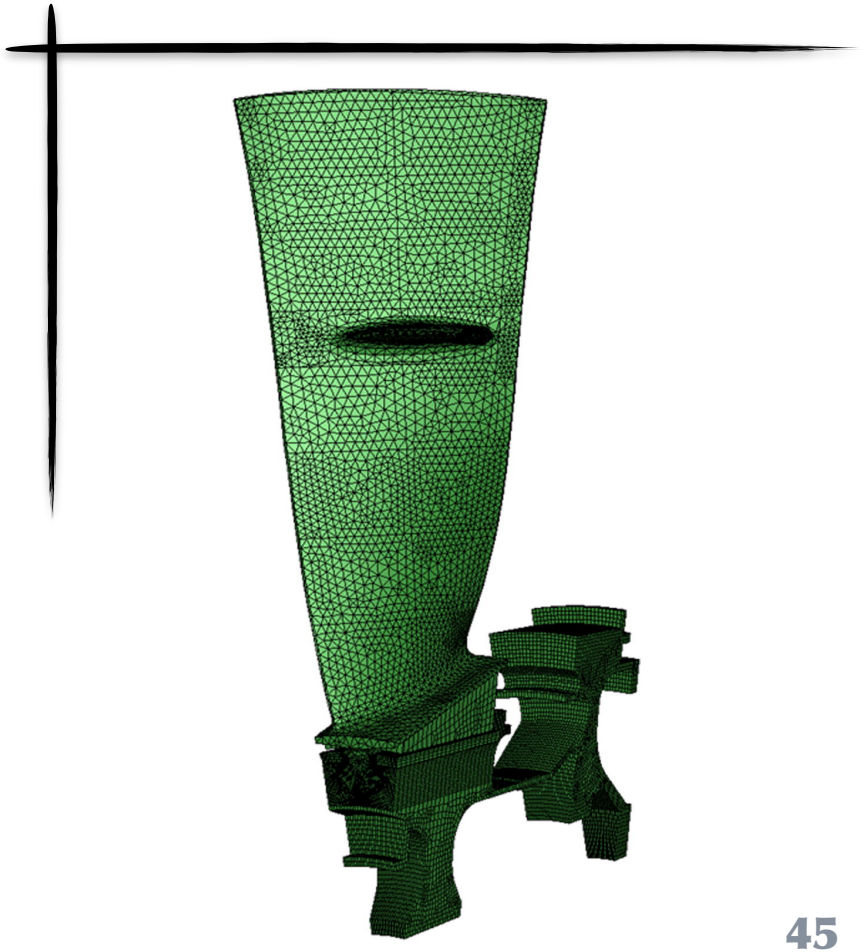
- « Code refactoring »
- Commande des matériaux
- Fabrication des éprouvettes
- Validation du dispositif expérimental
- 1er essais :
  - Cas homogène isotrope
  - Cas homogènes anisotropes
  - Cas de matériaux architecturés

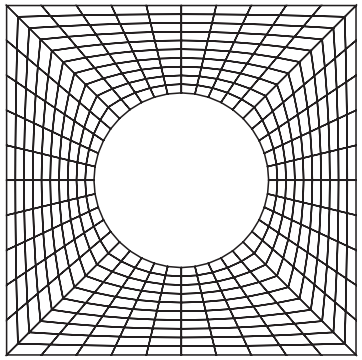




Cours composite

- **FIRST ORDER COMPUTATIONAL HOMOGENIZATION**
- INTERFACE COUPLING (Thesis)
- RESULTS
  - FIRST ORDER
  - SECOND ORDER
  - BENDING





Representative Volume Element (RVE)
or
unit cell

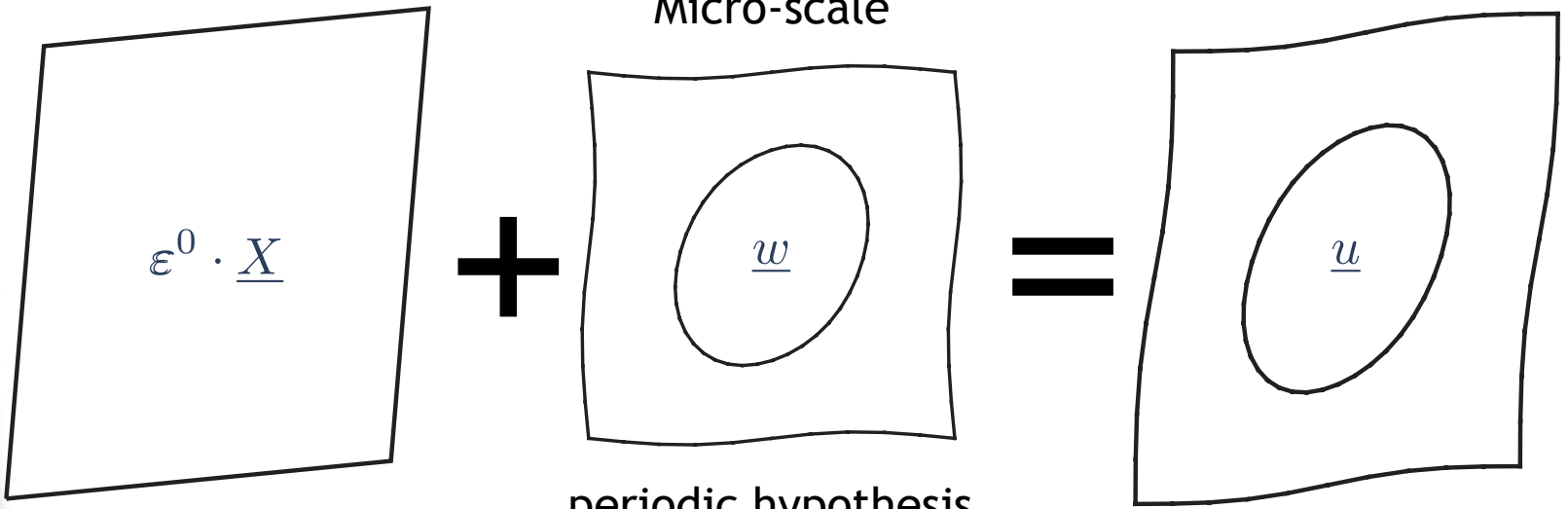
First Order : $\underline{u} = \varepsilon^0 \cdot \underline{x} + \underline{w}$

$$\varepsilon(\underline{x}) = \varepsilon^0 + \varepsilon_w(\underline{x}) \quad \leftarrow \quad \nabla^s \underline{u}$$

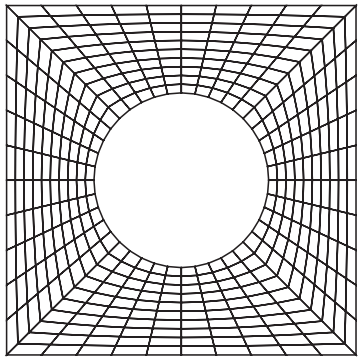
Macro-scale

Micro-scale

Full field



periodic hypothesis



Representative Volume Element (RVE)
or
unit cell

First Order : $\underline{u} = \varepsilon^0 \cdot \underline{x} + \underline{w}$

$$\varepsilon(\underline{x}) = \varepsilon^0 + \varepsilon_w(\underline{x}) \quad \leftarrow \nabla^s \underline{u}$$

Macro-scale

$\varepsilon^0 \cdot \underline{X}$

σ^0 ?

+

Micro-scale

$\underline{w}$

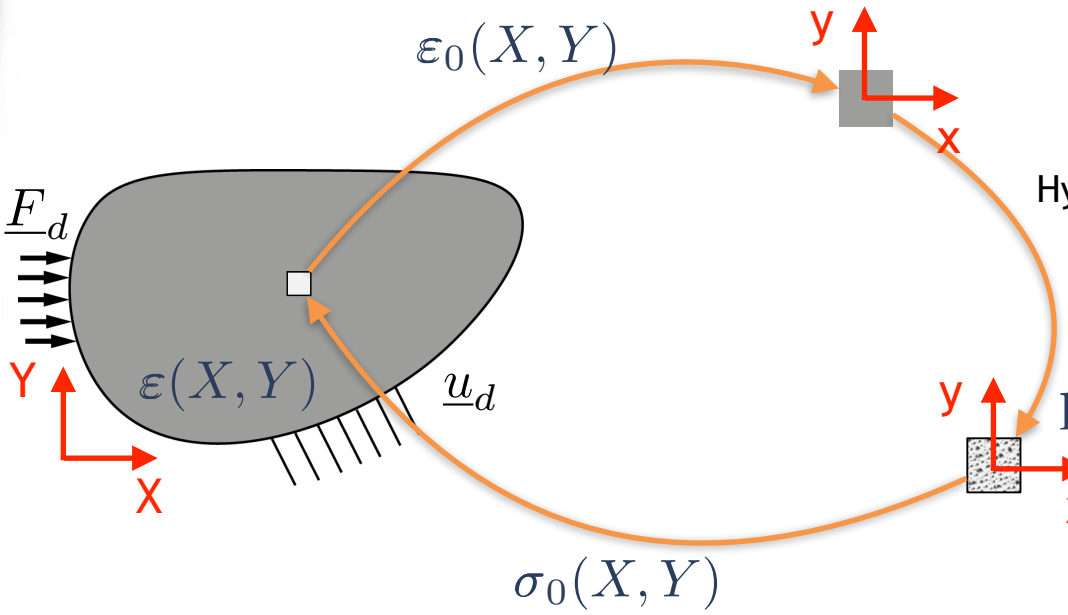
periodic hypothesis

=

Full field

$\underline{u}$

Computational homogenization in practice



Hypothesis:
- kinematic
- periodic

local solution on RVE

$$\varepsilon(x,y) = \varepsilon_0(X,Y) + \varepsilon_1(x,y)$$
$$\sigma(x,y) = \sigma_0(X,Y) + \sigma_1(x,y)$$

- The microstructure around (X,Y) does not have to be modeled with its exact dimensions
- A non-dimensional RVE with the internal distribution and volume fractions of the simple materials is enough to obtain the microscopic strain and stress fields
- Homogenized behavior for elastic linear problem:

$$\sigma_0 = \mathbf{K}^H \varepsilon_0 \qquad \mathbf{K}^H = \frac{1}{V}\int_\Omega \mathbf{K} d\Omega$$

- **Voigt Notations:**

$$\hat{\sigma}_0 = \mathbf{K}^H \hat{\varepsilon}_0$$

- **Elementary loading (2D case):**

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} \hat{\sigma}_0 & & \end{array}\right] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

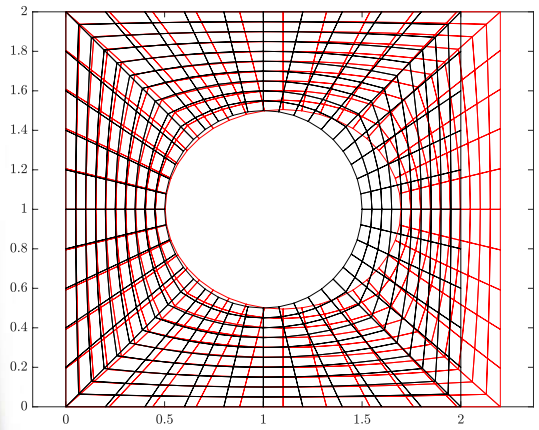
$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} & \hat{\sigma}_0 & \end{array}\right] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} & & \hat{\sigma}_0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

dans le cours p.19

- **Elementary loading (2D case):**

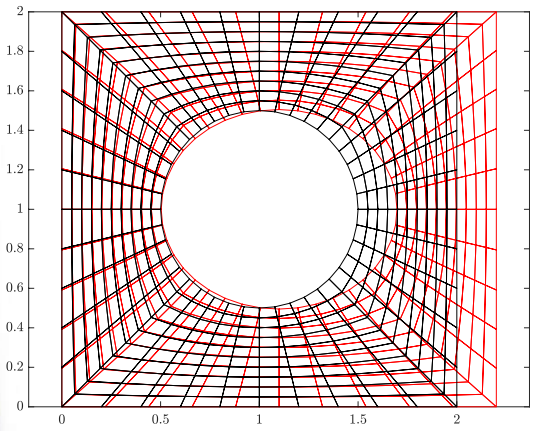
$$\begin{bmatrix} \\ \hat{\sigma}_0 \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 140086 \\ 37207 \\ 0 \end{bmatrix} \Bigg| \quad \Bigg| \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



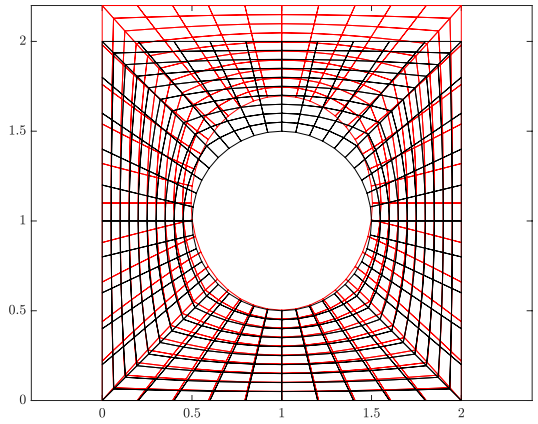
tensile x

- **Elementary loading (2D case):**

$$\begin{bmatrix} \\ \hat{\sigma}_0 \\ \\ \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} 140086 & 37207 & \\ 37207 & 140086 & \\ 0 & 0 & \end{array}\right] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



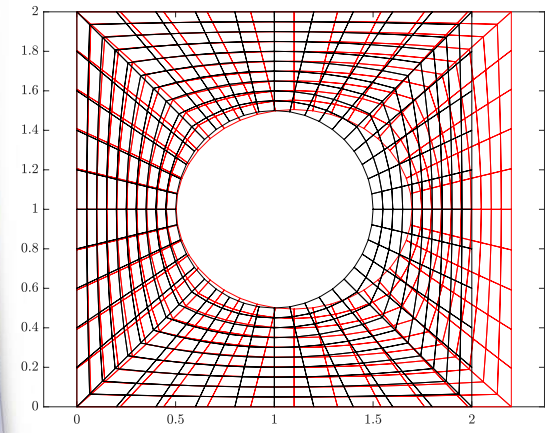
tensile x



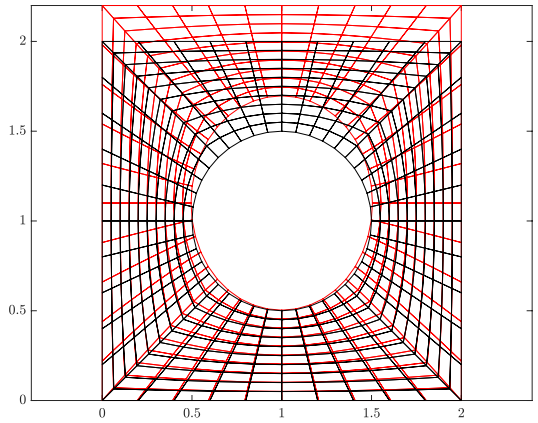
tensile y

- **Elementary loading (2D case):**

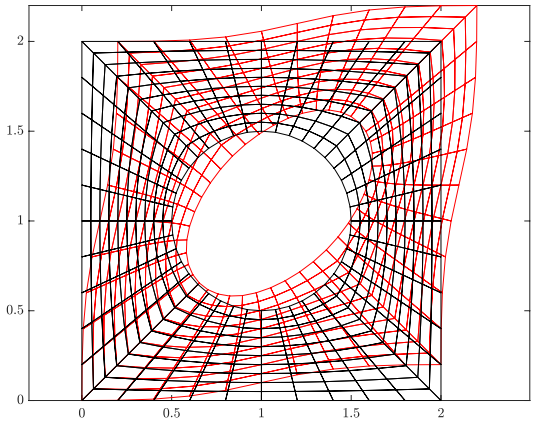
$$\begin{bmatrix} \\ \hat{\sigma}_0 \\ \\ \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{array}\right] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



tensile x



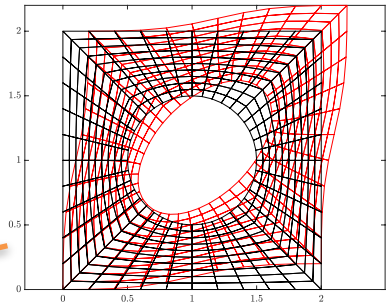
tensile y



shear xy

- **Periodic homogenization**

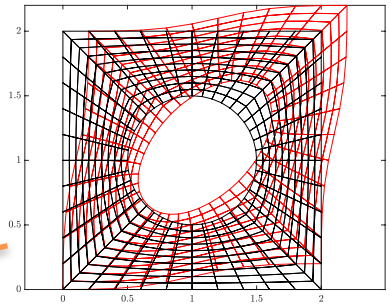
$$\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$$

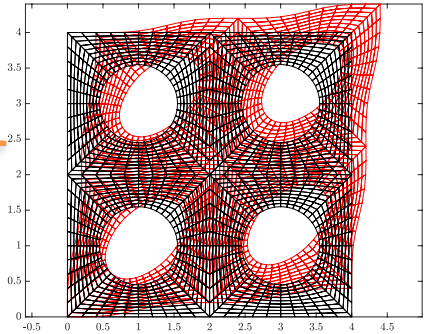


- **Periodic homogenization**

$$\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$$

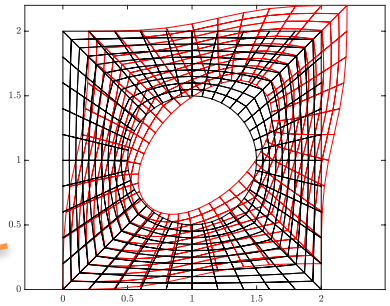
$$\mathbf{K}_2^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$$



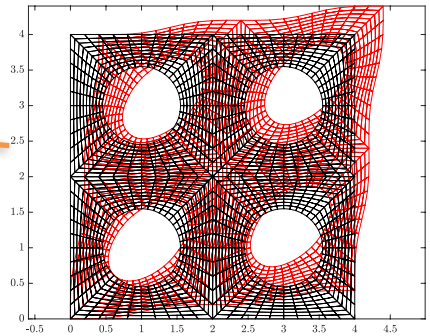


- **Periodic homogenization**

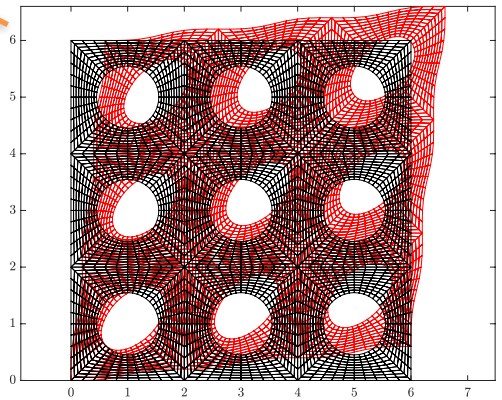
$$\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{K}_2^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{K}_3^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$$



- **Periodic homogenization**

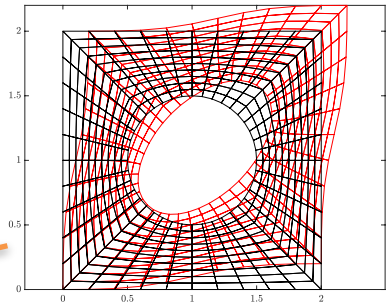
$$\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$$

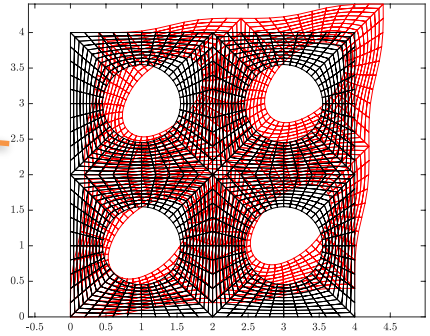
$$\mathbf{K}_2^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$$

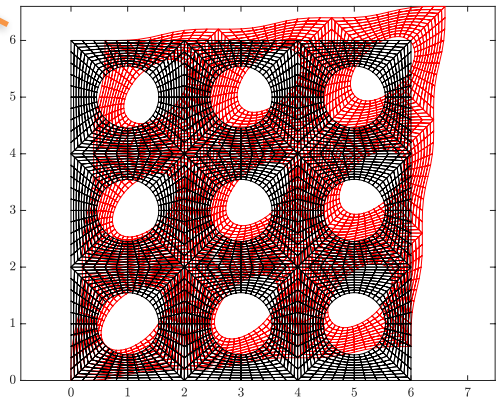
$$\mathbf{K}_3^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

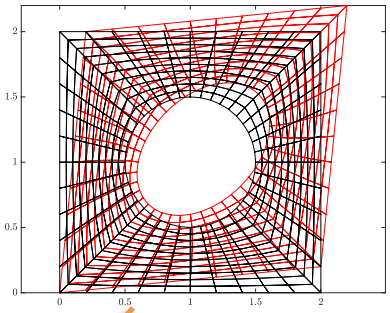
and so on







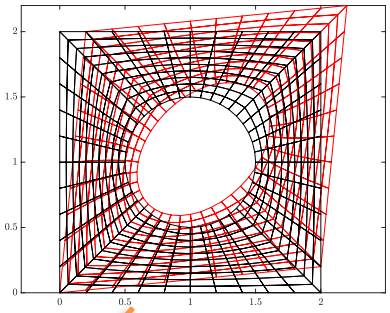
periodic: $\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$



- **Kinematic homogenization**

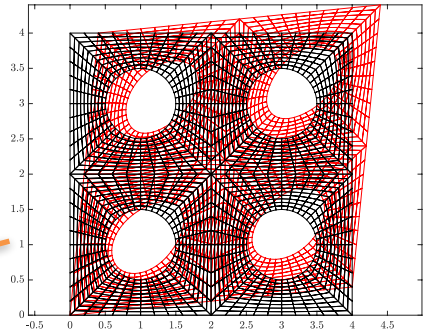
$$\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 141507 & 37565 & 0 \\ 37565 & 141507 & 0 \\ 0 & 0 & 49755 \end{bmatrix}$$

periodic: $\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$



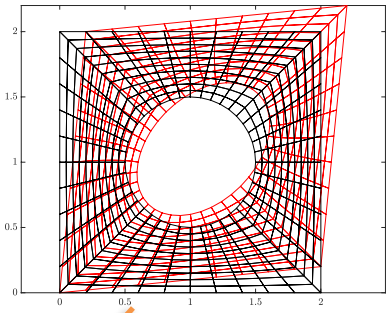
- **Kinematic homogenization**

$$\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 141507 & 37565 & 0 \\ 37565 & 141507 & 0 \\ 0 & 0 & 49755 \end{bmatrix}$$



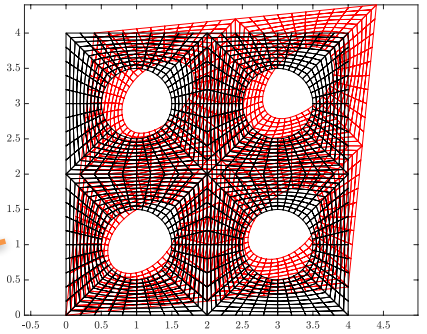
$$\mathbf{K}_2^H = \begin{bmatrix} 140778 & 37334 & 0 \\ 37334 & 140778 & 0 \\ 0 & 0 & 44811 \end{bmatrix}$$

periodic: $\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$



- **Kinematic homogenization**

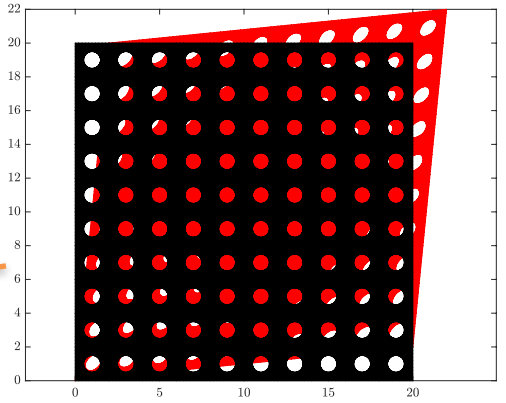
$$\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 141507 & 37565 & 0 \\ 37565 & 141507 & 0 \\ 0 & 0 & 49755 \end{bmatrix}$$



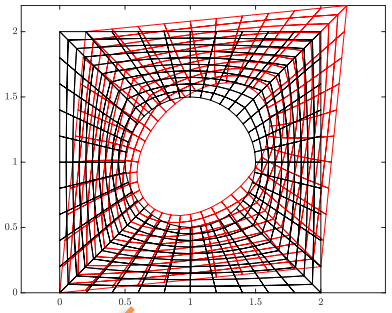
$$\mathbf{K}_2^H = \begin{bmatrix} 140778 & 37334 & 0 \\ 37334 & 140778 & 0 \\ 0 & 0 & 44811 \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{K}_{10}^H = \begin{bmatrix} 140220 & 37224 & 0 \\ 37224 & 140220 & 0 \\ 0 & 0 & 40734 \end{bmatrix}$$

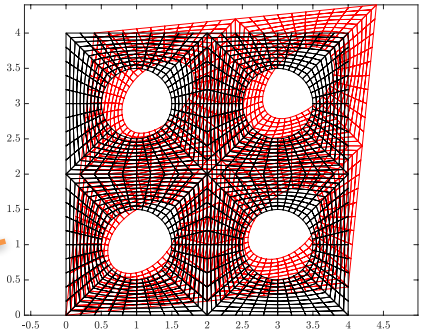


periodic: $\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 140086 & 37207 & 0 \\ 37207 & 140086 & 0 \\ 0 & 0 & 39785 \end{bmatrix}$



- **Kinematic homogenization**

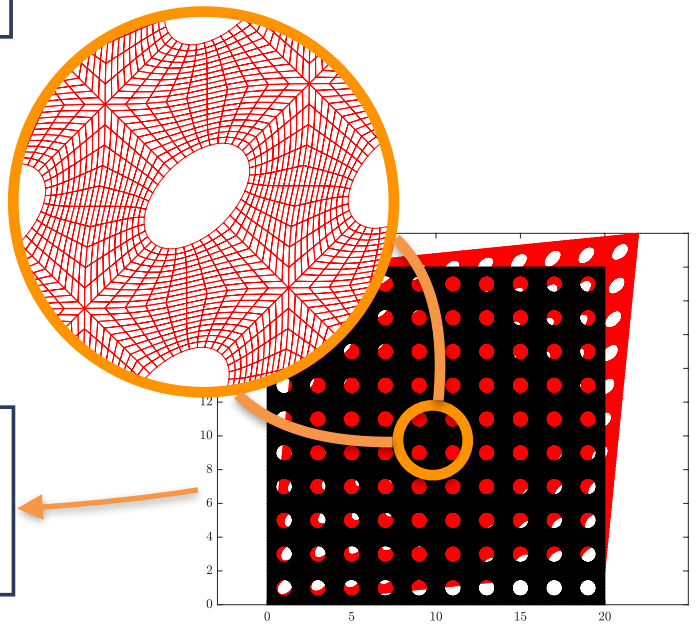
$$\mathbf{K}_1^H = \begin{bmatrix} 141507 & 37565 & 0 \\ 37565 & 141507 & 0 \\ 0 & 0 & 49755 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{K}_2^H = \begin{bmatrix} 140778 & 37334 & 0 \\ 37334 & 140778 & 0 \\ 0 & 0 & 44811 \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{K}_{10}^H = \begin{bmatrix} 140220 & 37224 & 0 \\ 37224 & 140220 & 0 \\ 0 & 0 & 40734 \end{bmatrix}$$



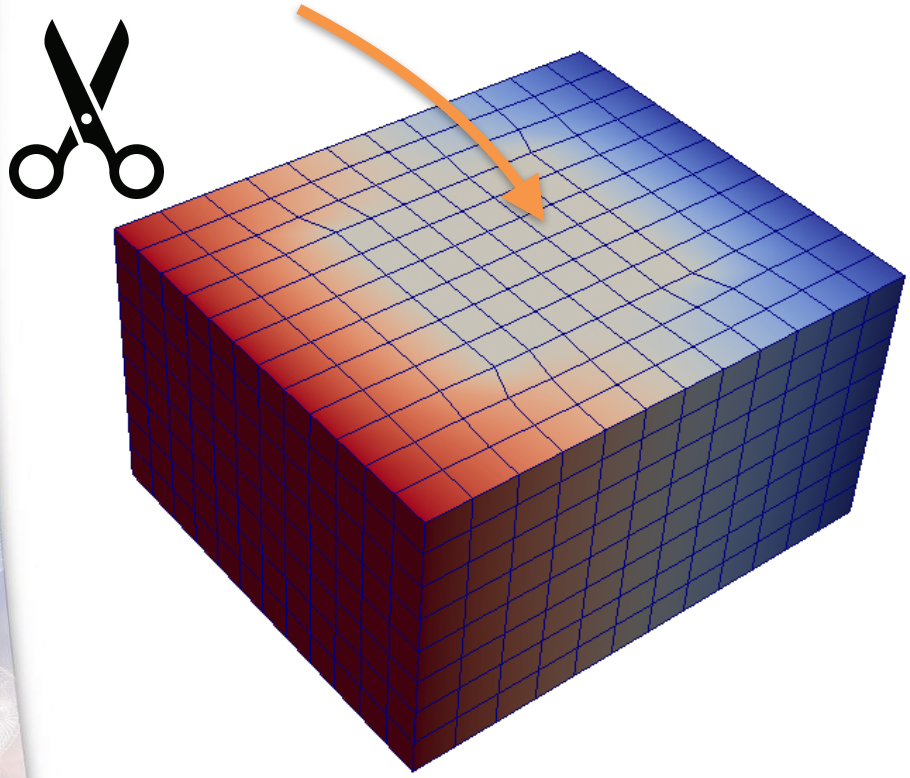
Tends to periodic case with the increasing number of RVE (upper bound)

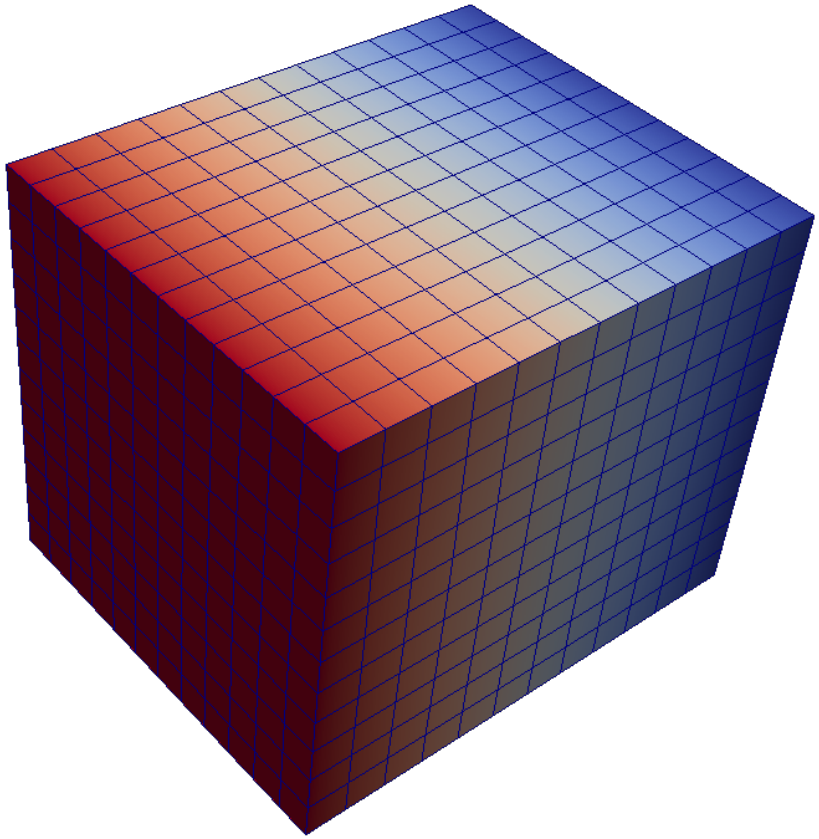
Computational homogenization in practice - 3D

- **Zebulon:**

$$\varepsilon_{xx} = 1$$

meshed local void

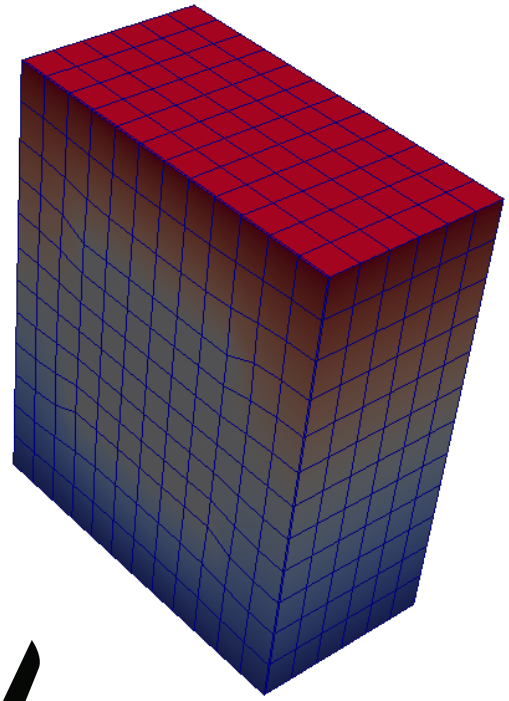


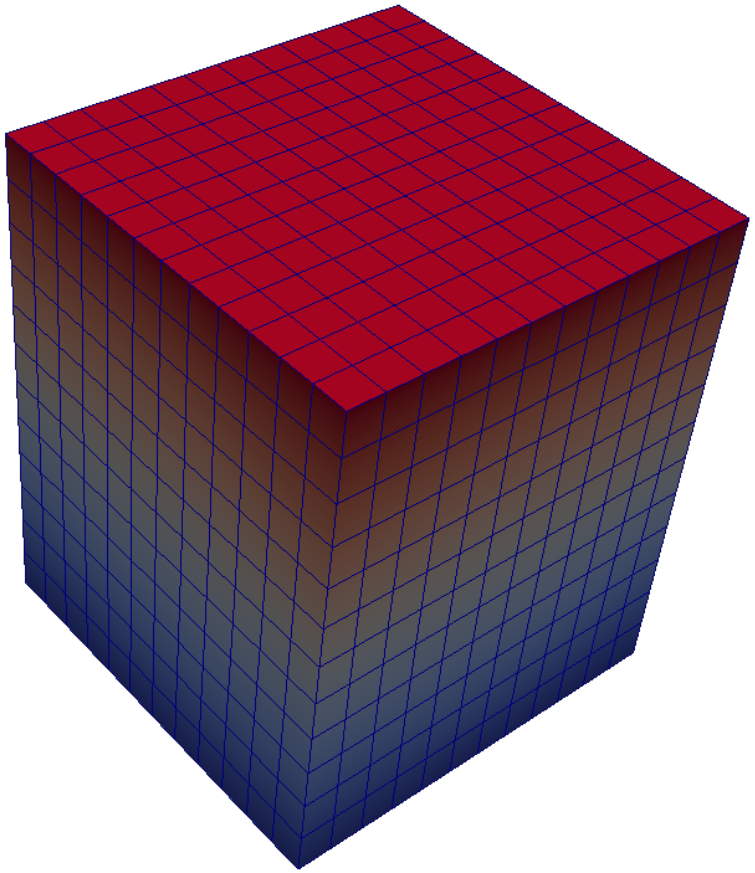


x-axis displacements u_x

- **Zebulon:**

$$\varepsilon_{yy} = 1$$



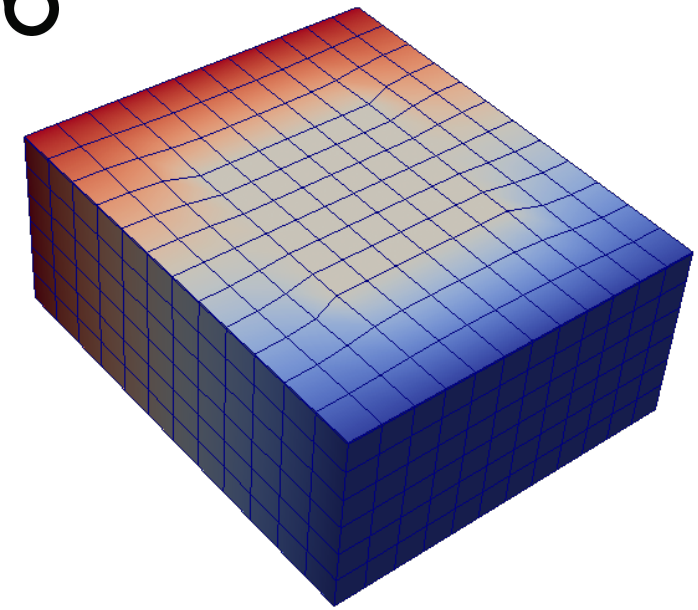


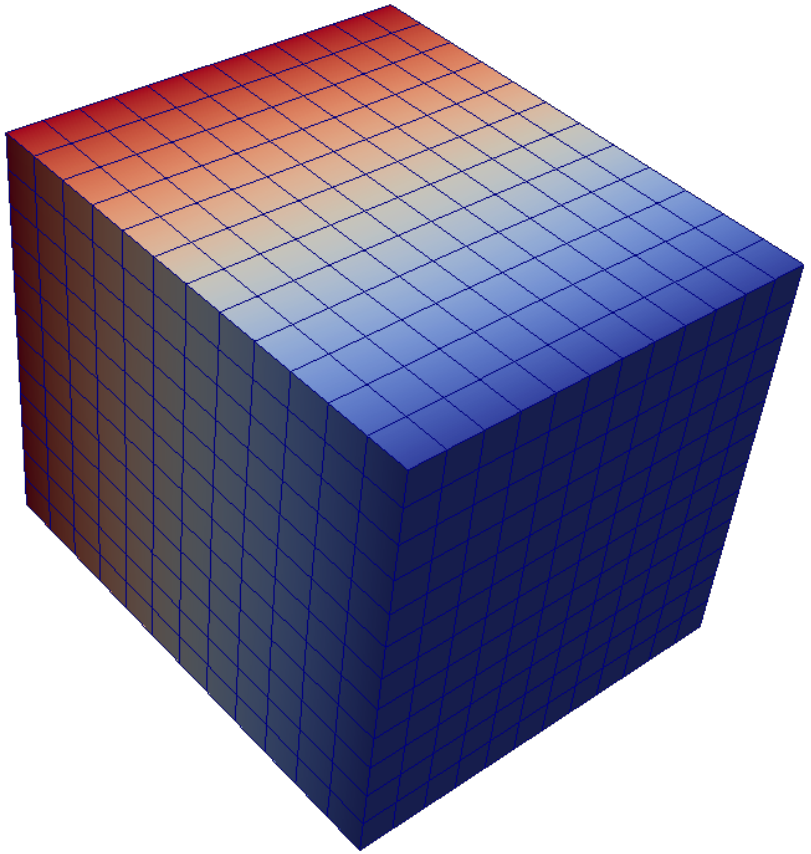
y-axis displacements u_y

- **Zebulon:**

$$\varepsilon_{zz} = 1$$



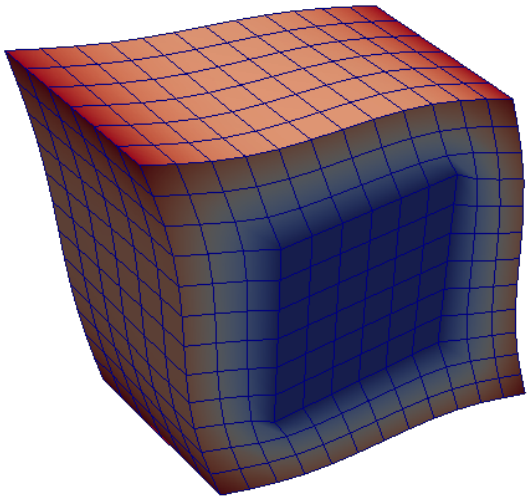


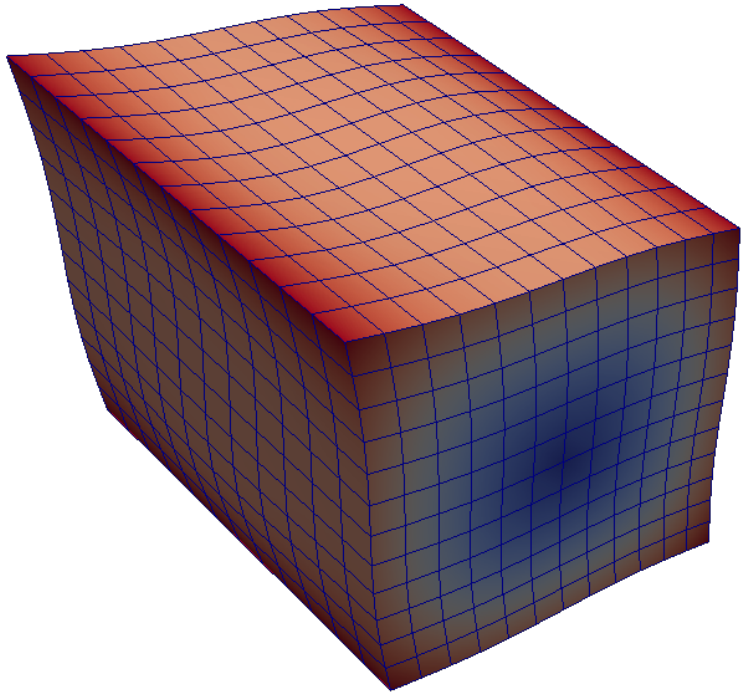


z-axis displacements u_z

- **Zebulon:**

$$\varepsilon_{xy} = 1$$

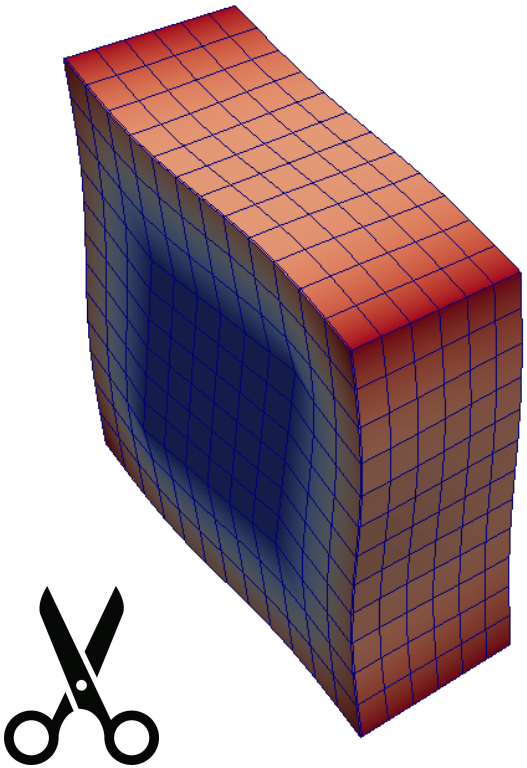


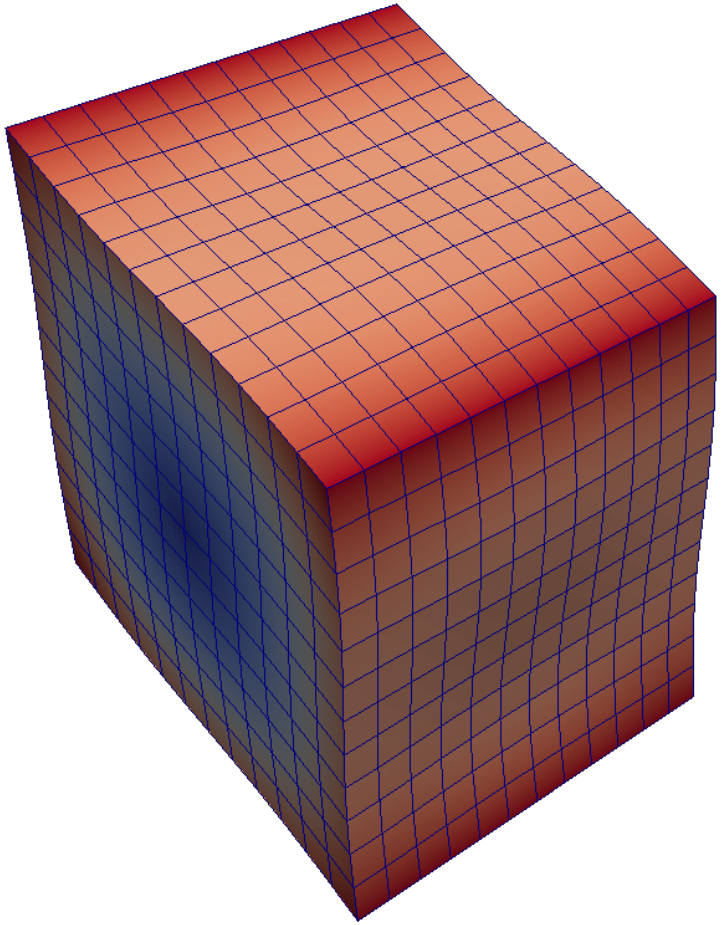


Magnitude of displacement $\|u\|$

- **Zebulon:**

$$\varepsilon_{yz} = 1$$

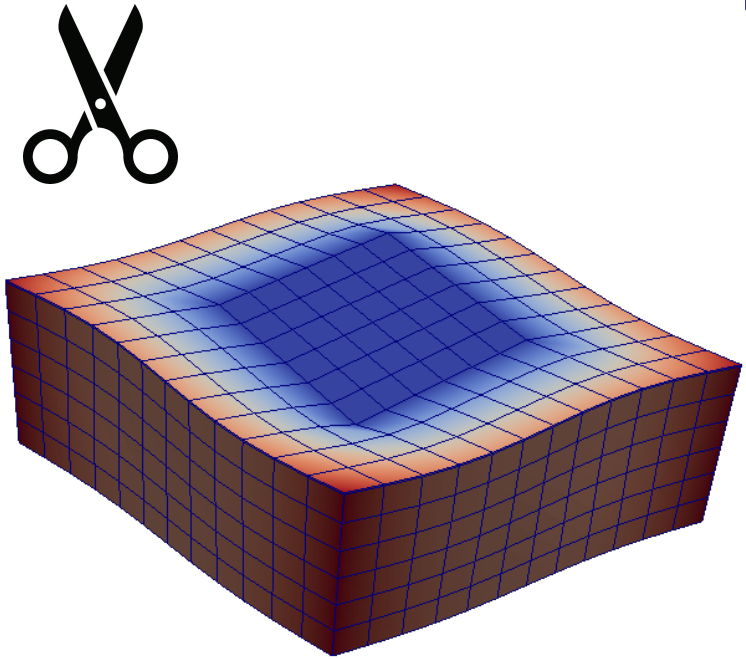


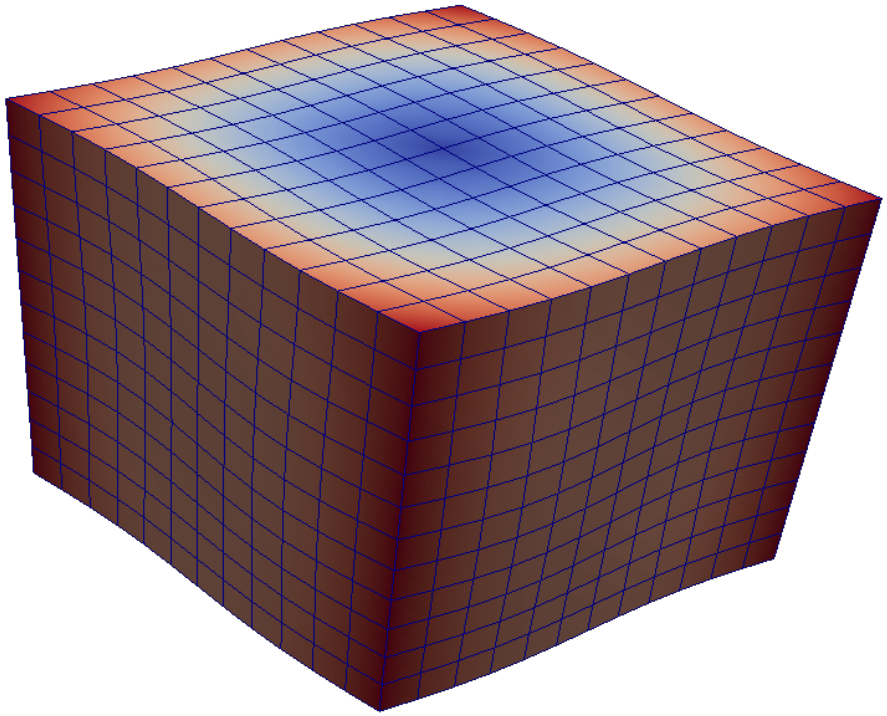


Magnitude of displacement $\|u\|$

- **Zebulon:**

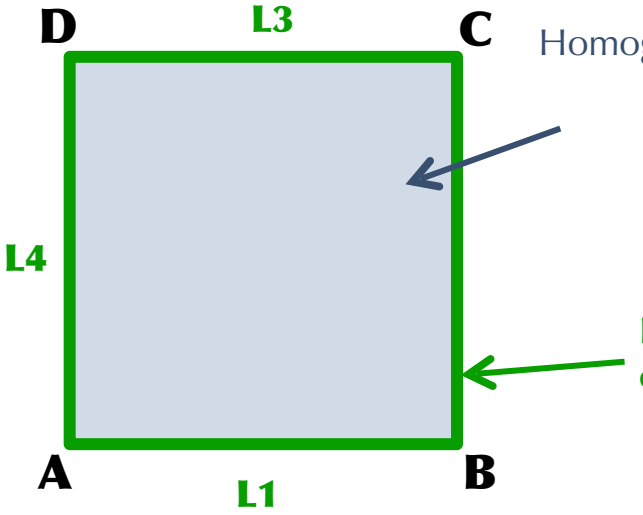
$$\varepsilon_{xz} = 1$$





Magnitude of displacement $\|u\|$

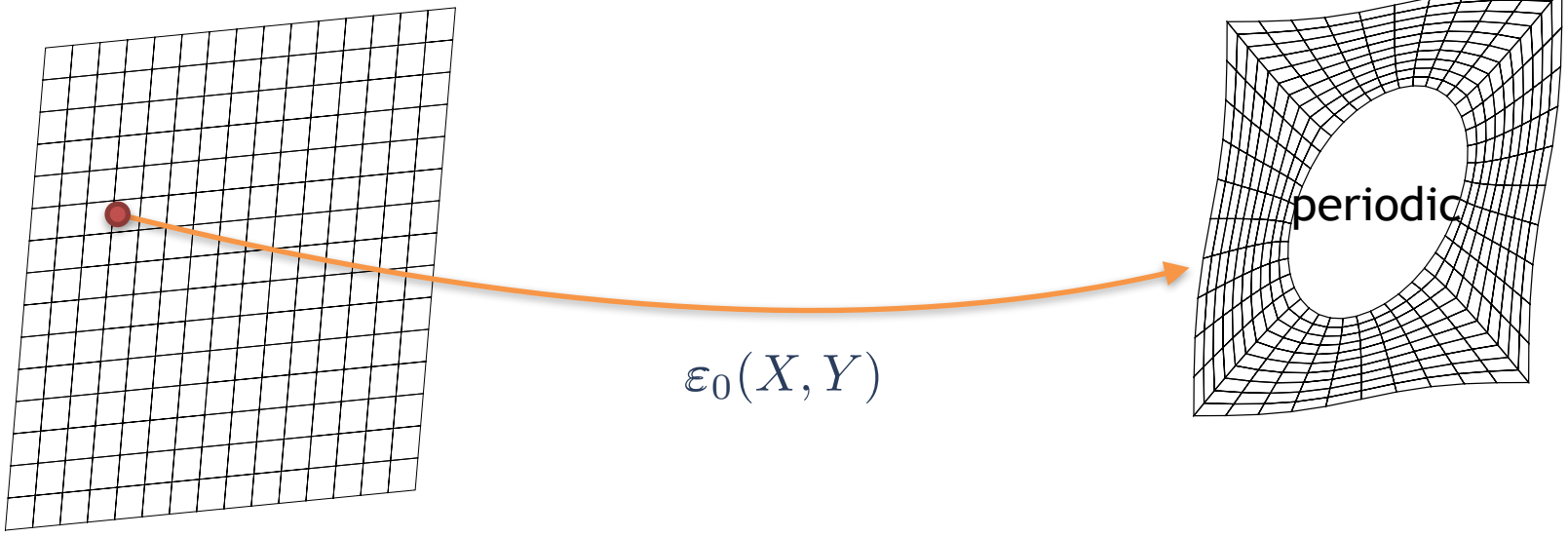
Macro computation



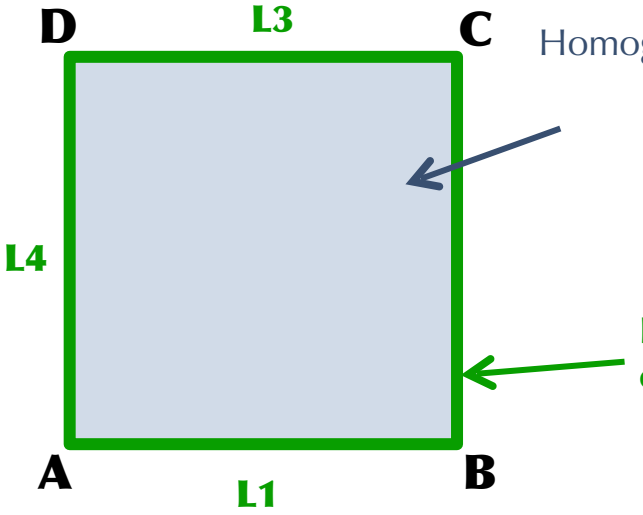
Homogeneized Model

Dirichlet Boundary conditions on $\partial_u\Omega_G$

$$\underline{u}_{|\partial_u\Omega_G} = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$$



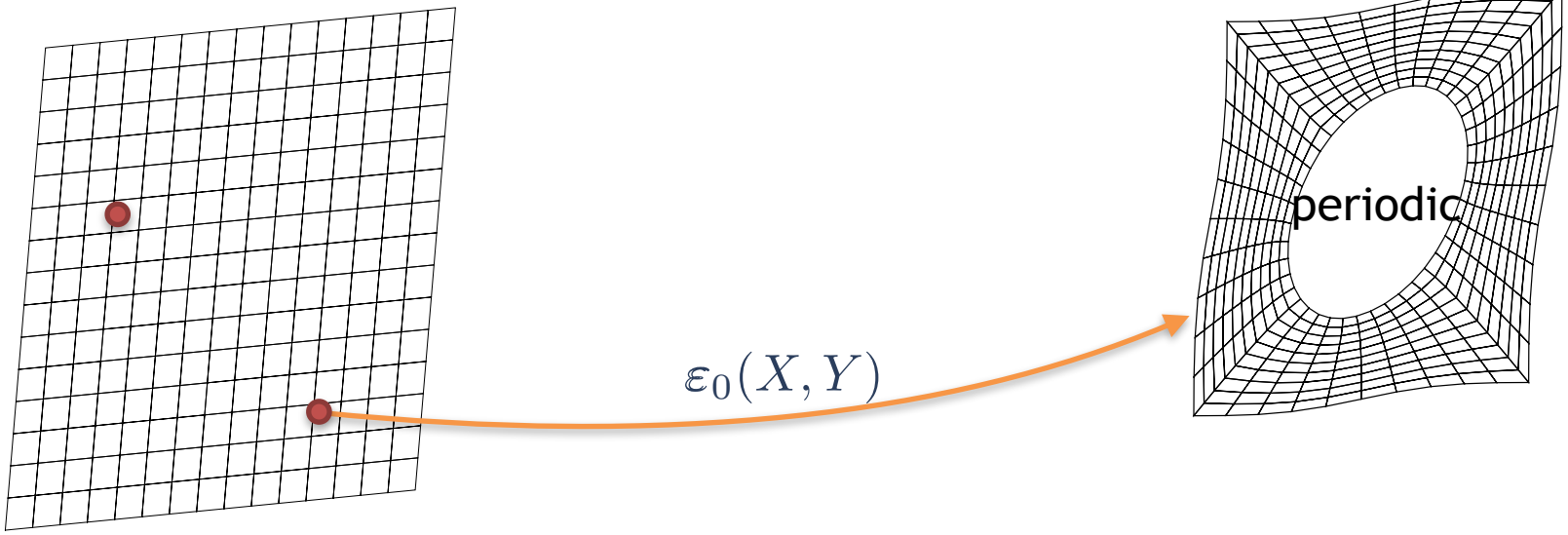
Localization



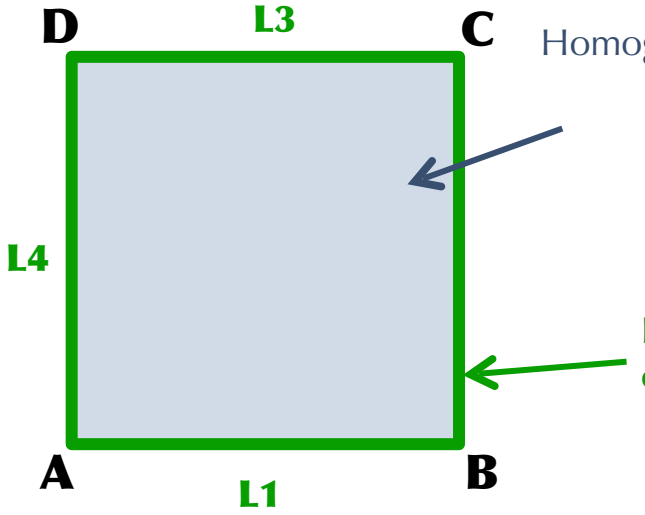
Homogeneized Model

Dirichlet Boundary conditions on $\partial_u\Omega_G$

$$\underline{u}_{|\partial_u\Omega_G} = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$$



Localization

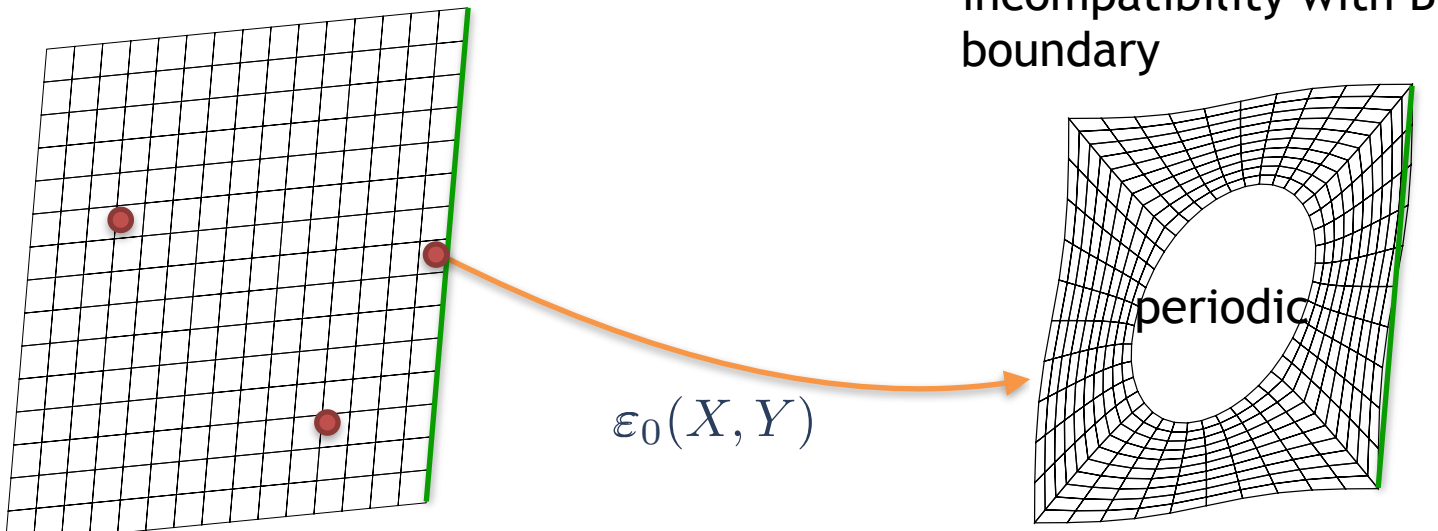


Homogeneized Model

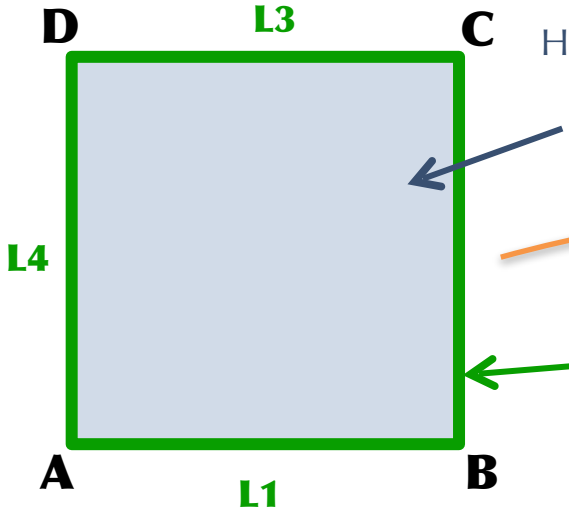
Dirichlet Boundary conditions on $\partial_u\Omega_G$

$$\underline{u}_{|\partial_u\Omega_G} = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$$

incompatibility with BCs on boundary



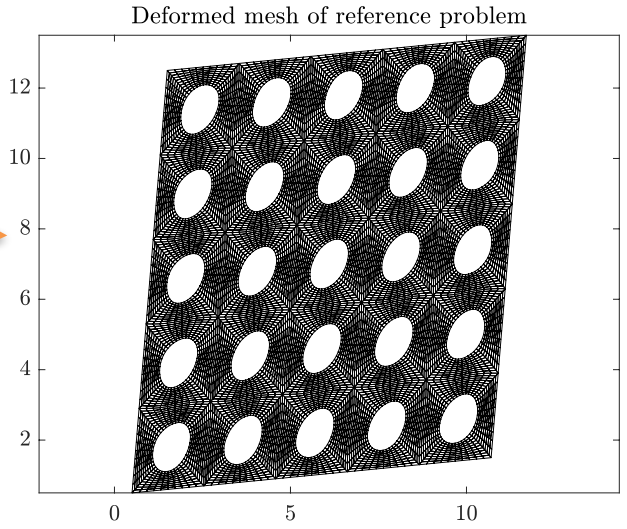
Localization

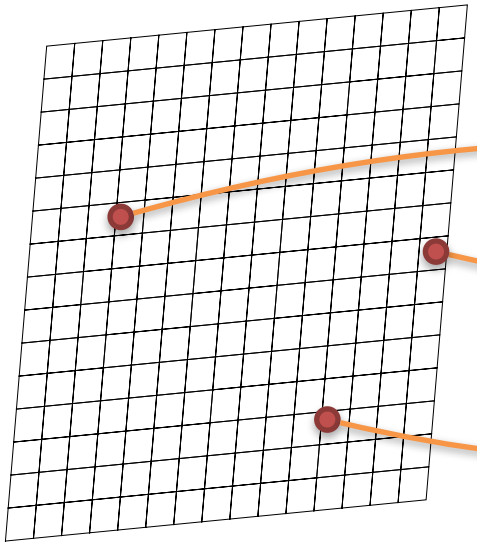


Homogeneized Model

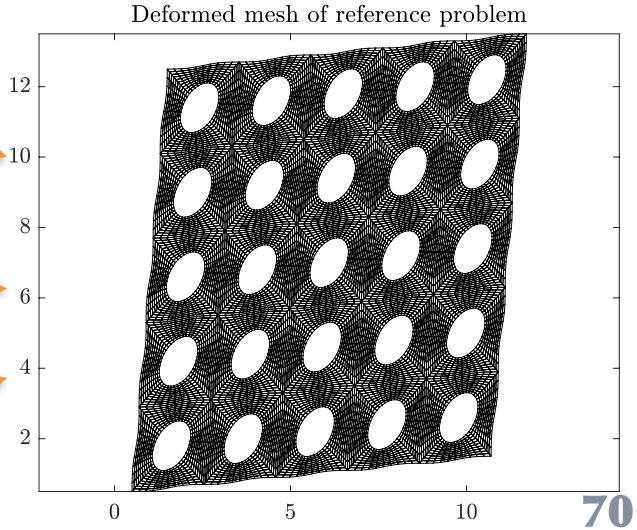
Dirichlet Boundary conditions on $\partial_u\Omega_G$

$$\underline{u}_{|\partial_u\Omega_G} = \varepsilon_0 \cdot \underline{X}$$





Not equivalent in the vicinity of boundaries





Gradient conjugué

Gradient conjugué pré-conditionné à droite

Non-invasive global–local coupling as a Schwarz domain decomposition method: acceleration and generalization

(Gosselet et coll., 2018)

- ✓ *Convergence améliorée par rapport à un point fixe*
- ✓ *Convergence*
- ✗ *Pré-conditionnement à droite*

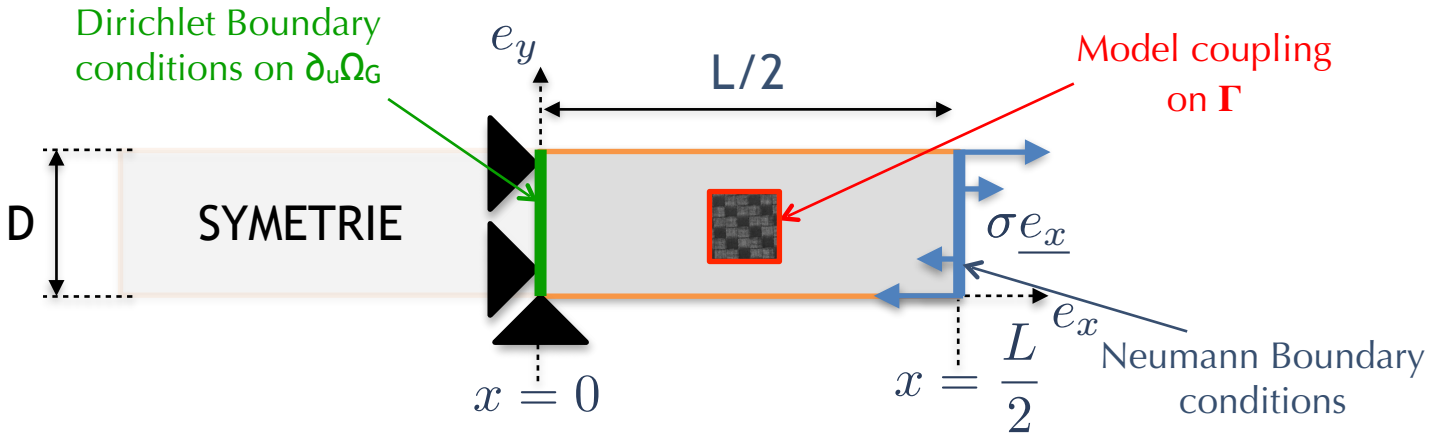


Results & Discussion

-

3d exemple

Bending beam toy problem



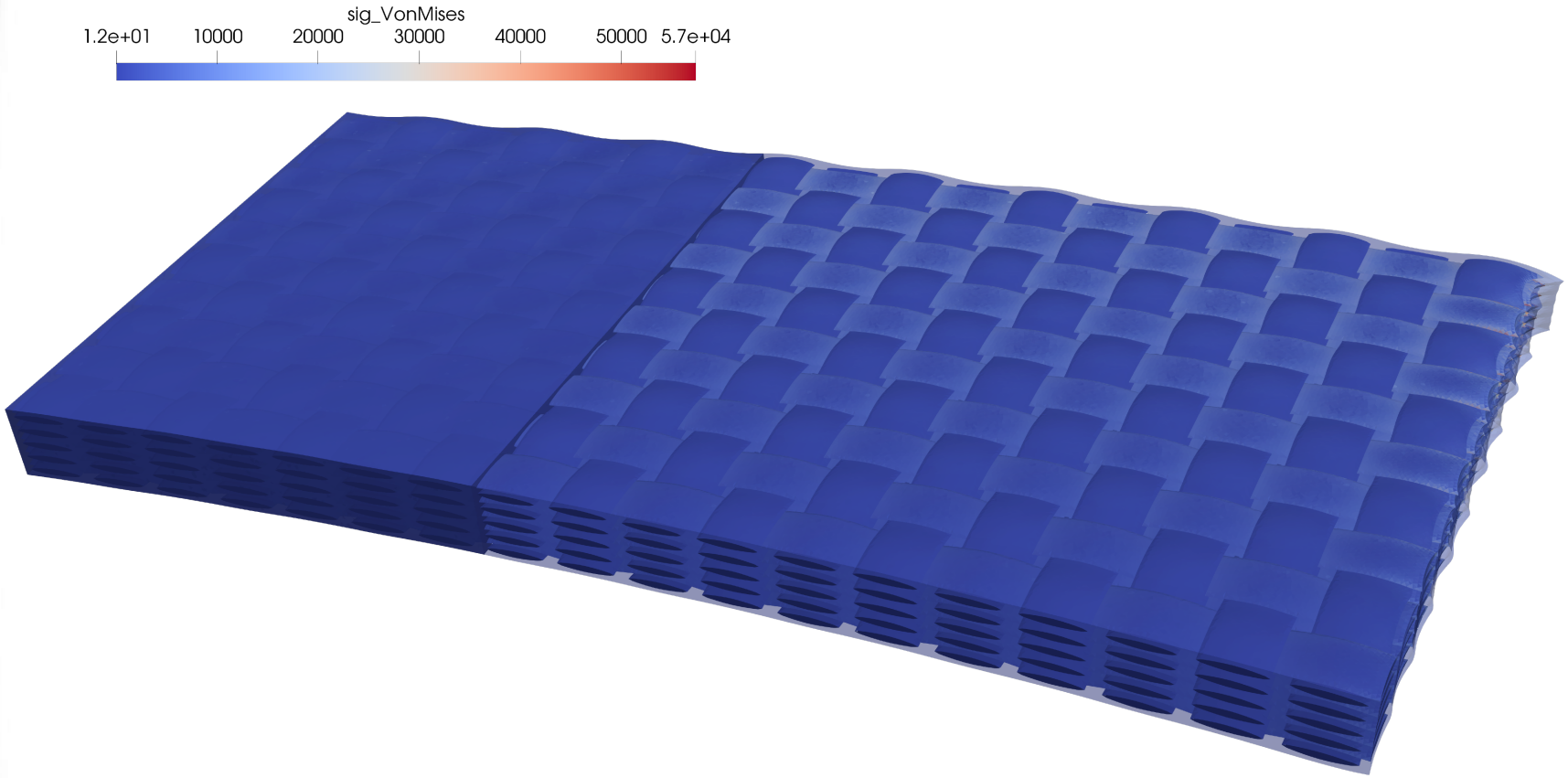
DIRICHLET BOUNDARY CONDITIONS :

$$u_x(x=0,y,z) = u_z(x=0,y,z) = 0$$
$$u_y(x=0,y=0,z=0) = 0$$

NEUMANN BOUNDARY CONDITIONS :

$$\sigma = \begin{pmatrix} -\frac{\mathcal{M}}{J}(y-\frac{D}{2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Reference von Mises stress



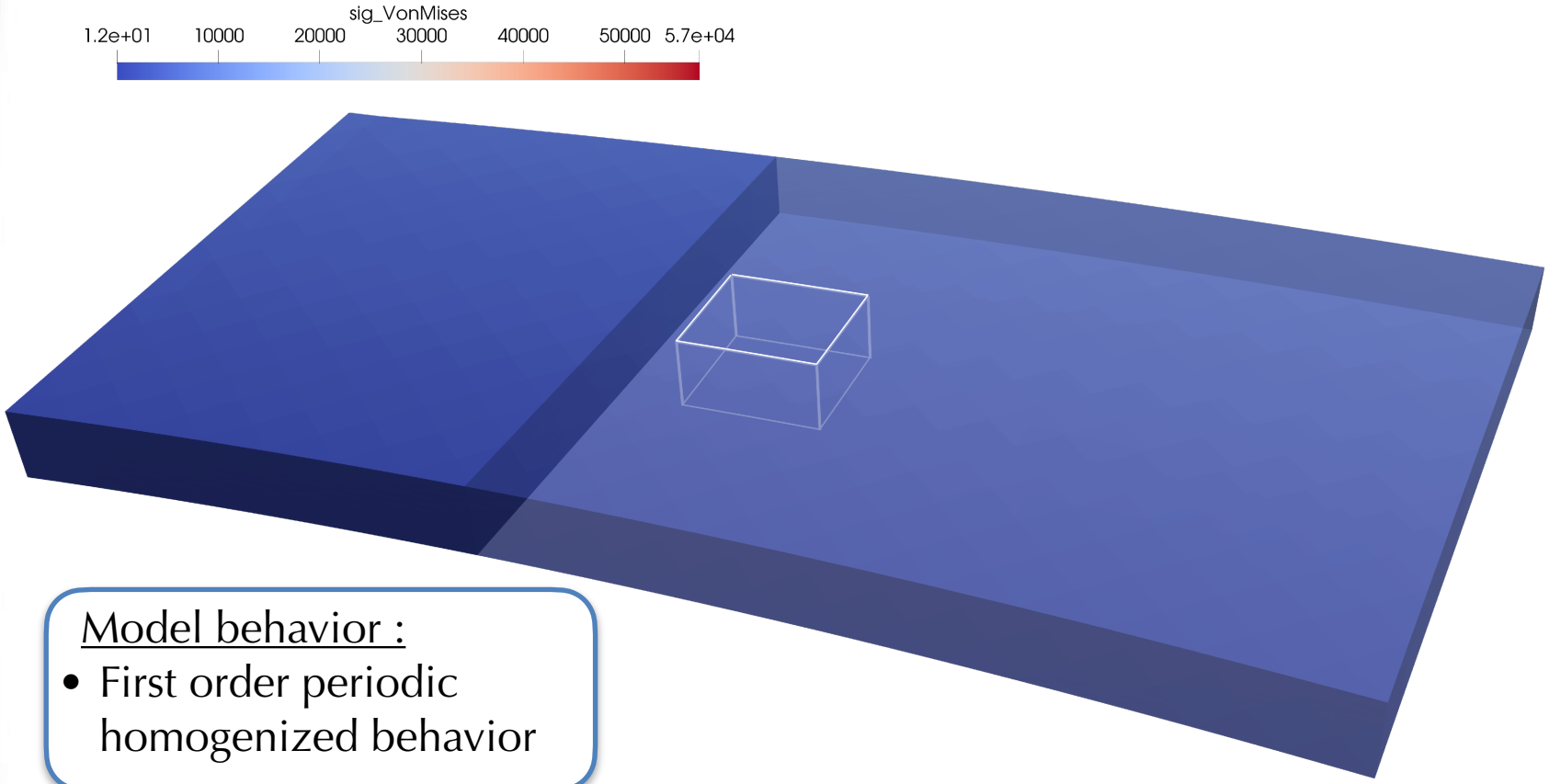
Ref. model behaviors :

- Matrix : epoxy
- Fibers : carbon wisp

Ref. FE mesh :

- DOFs : 6 026 295
- Linear elements : 11 400 075

Global von Mises stress



Model behavior :

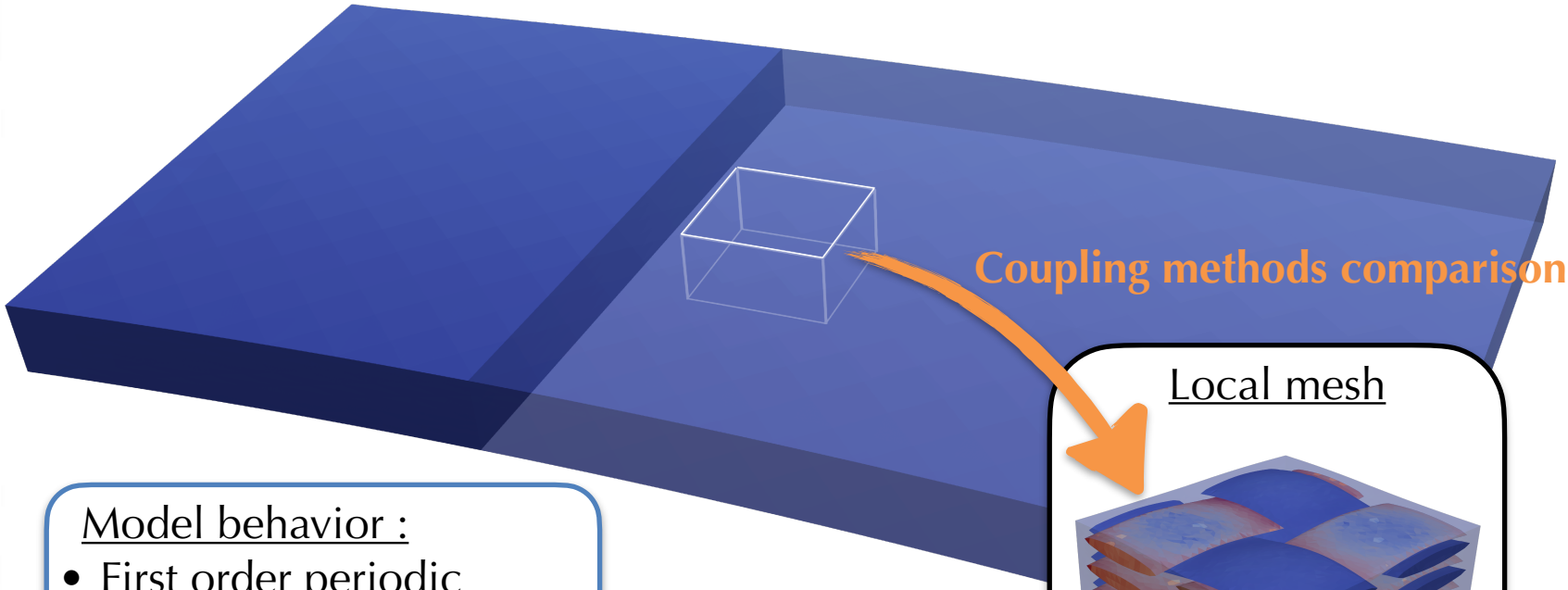
- First order periodic homogenized behavior

Global FE mesh :

- DOFs : 25 641
- Linear elements : 36 000

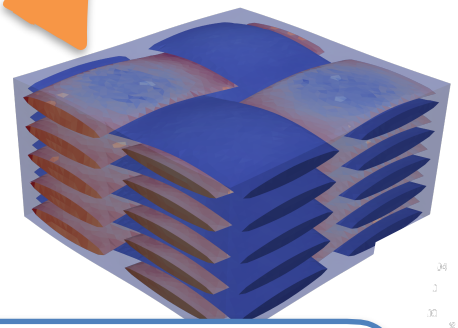
Global von Mises stress





Coupling methods comparison

Local mesh

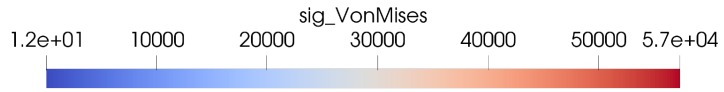


Model behavior :
- First order periodic homogenized behavior

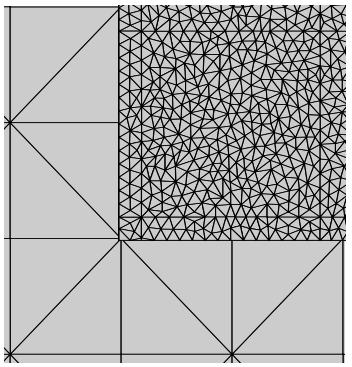
Global FE mesh :
- DOFs : 25 641
- Linear elements : 36 000

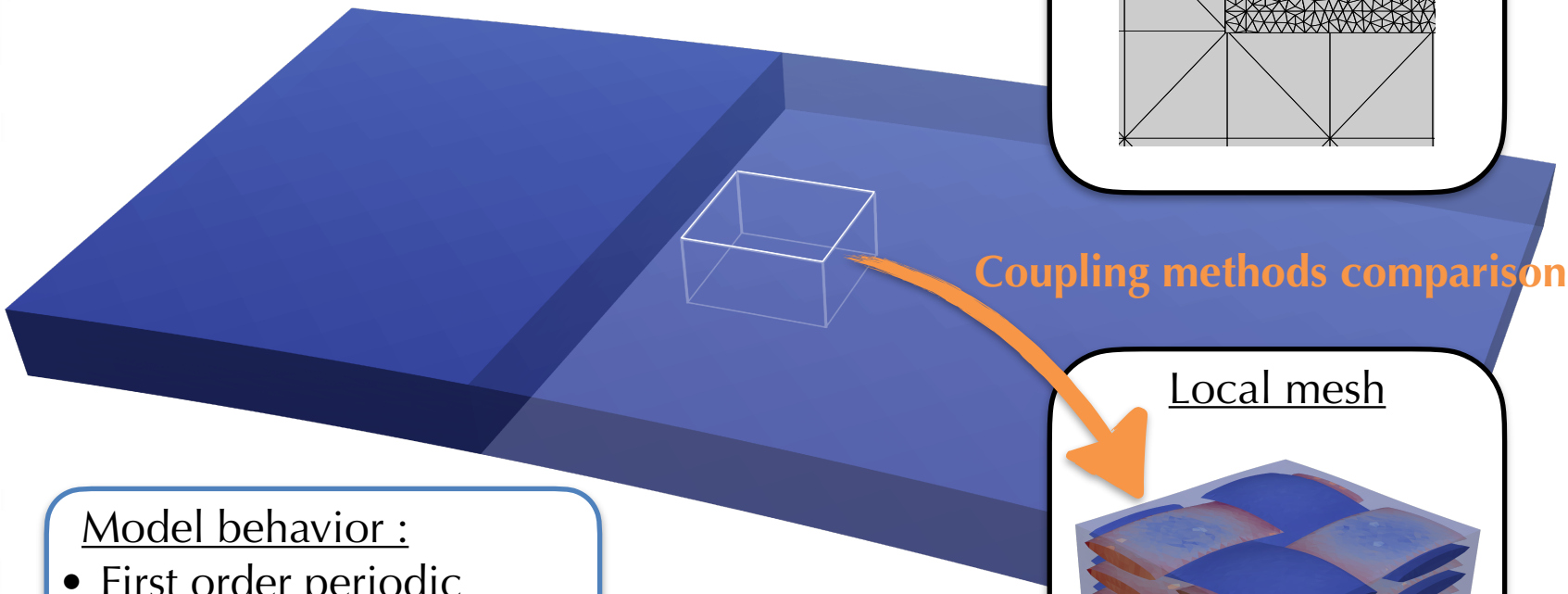
Local FE mesh :
- DOFs : 137 823
- Linear elements : 253 335

Global ve ss



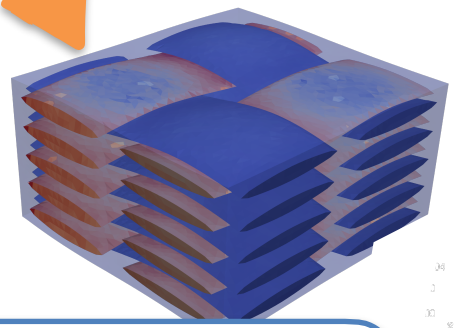
Incompatible meshes





Coupling methods comparison

Local mesh



Model behavior :
- First order periodic homogenized behavior

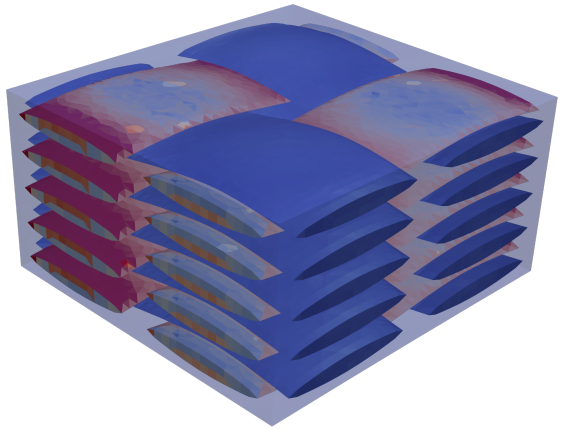
Global FE mesh :
- DOFs : 25 641
- Linear elements : 36 000

Local FE mesh :
- DOFs : 137 823
- Linear elements : 253 335

Local von Mises stress

SUBMODELING

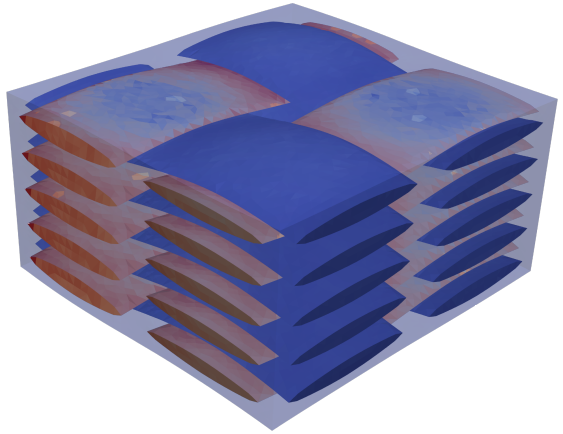
truncated von Mises stress map



100 7 000 14 000 MPa

PROPOSED COUPLING

von Mises stress map

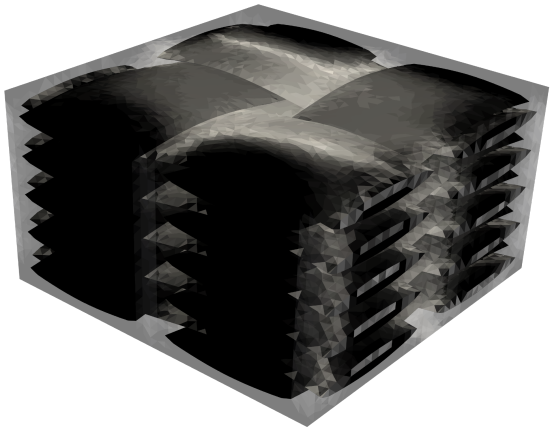


100 7 000 14 000 MPa

Local energy error

SUBMODELING

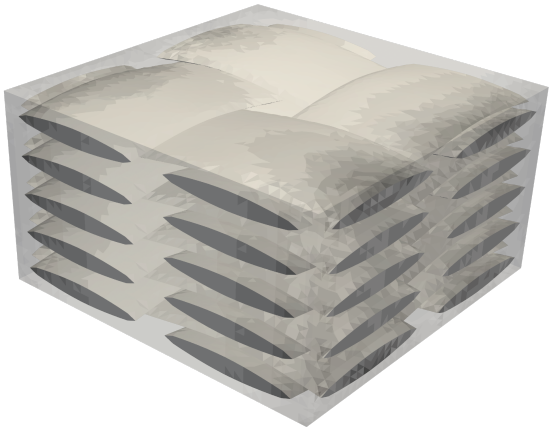
truncated energy error map



maximum error : **140 %**

PROPOSED COUPLING

energy error map

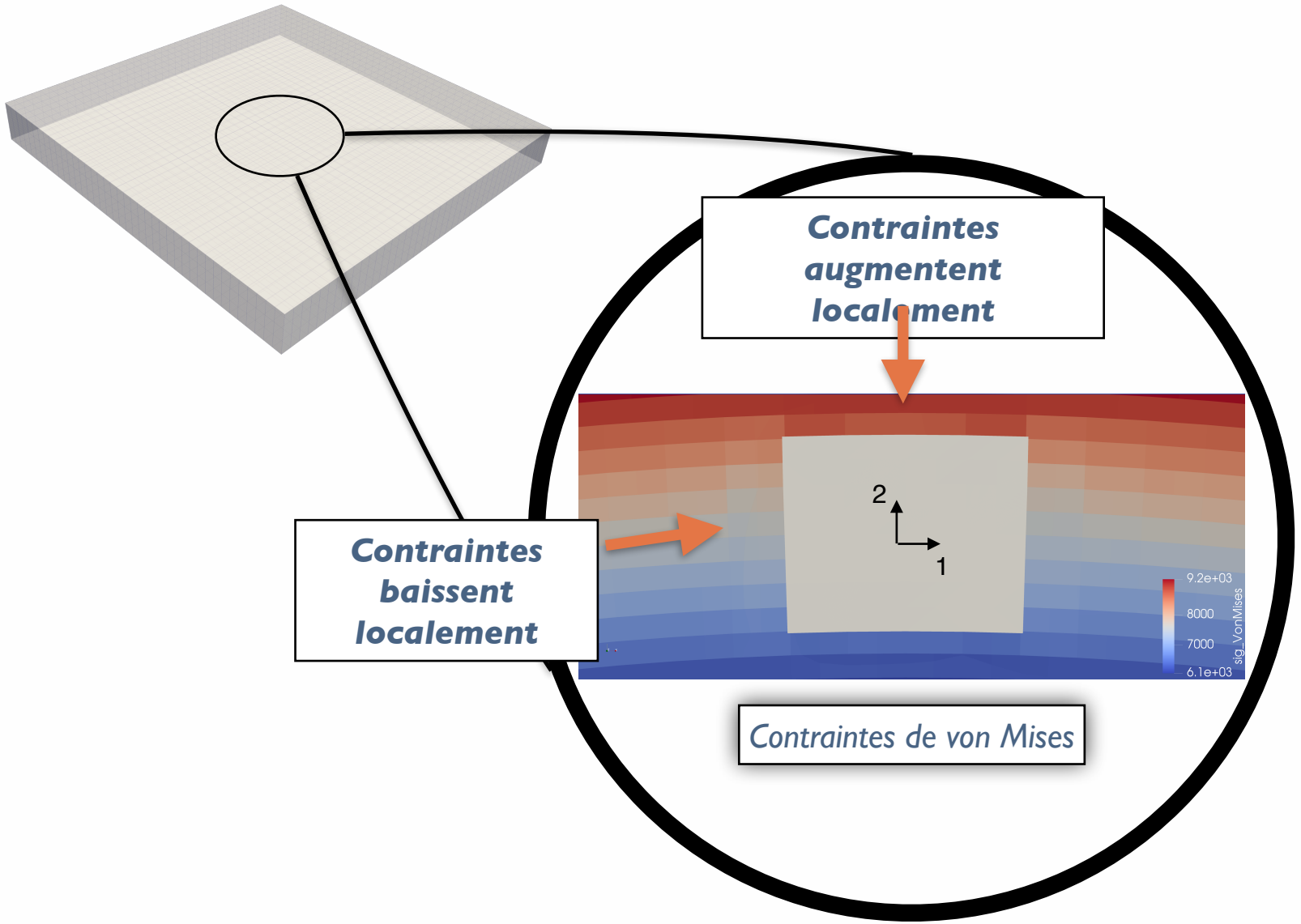


maximum error : **7.9 %**

$$e_{ele} = \frac{\|\underline{u} - \underline{u}_{ref}\|_{ele}}{\|\underline{u}_{ref}\|_{VER}} \qquad \|\underline{u}\|_{\Omega}^2 = \frac{1}{\text{meas}(\Omega)} \int_{\Omega} \underline{\varepsilon}(\underline{u}) : \mathbf{K} : \underline{\varepsilon}(\underline{u}) \, \text{d}\Omega$$

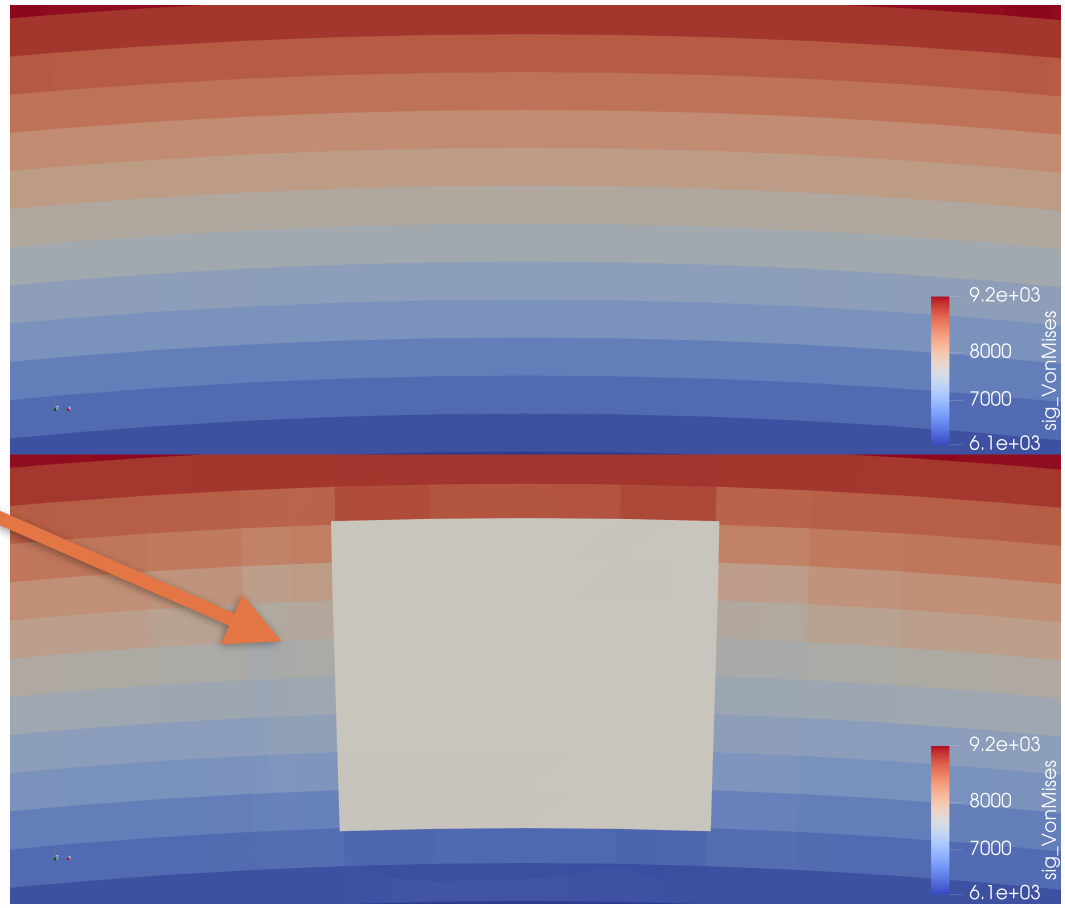
Influence sur le modèle global

Influence sur le modèle global



Influence sur le modèle global

Contraintes baissent localement



Contraintes de von Mises

Influence sur le modèle global

