Le principe fondamental de la dynamique revisité

Alexandre WATZKY

Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle
MSME – UMR 8208 CNRS – Université Paris-Est - Créteil

24ème Congrès Français de Mécanique
Brest, 26 au 30 août 2019



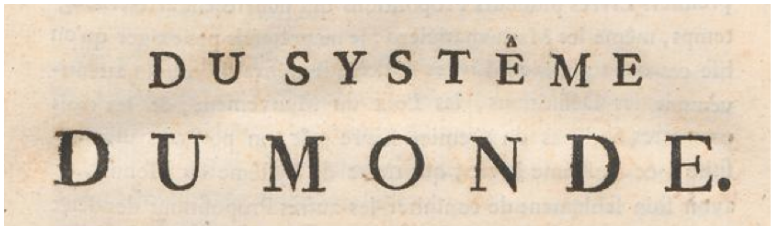




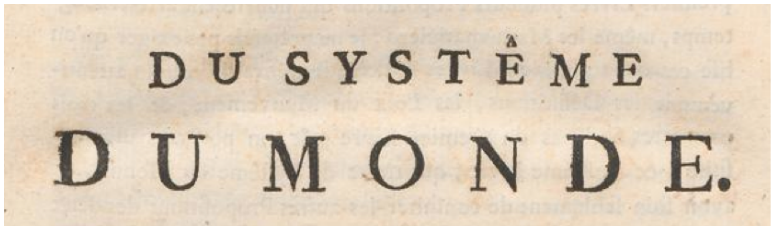


Le principe fondamental de la dynamique revisité

Le principe fondamental de la dynamique revisité

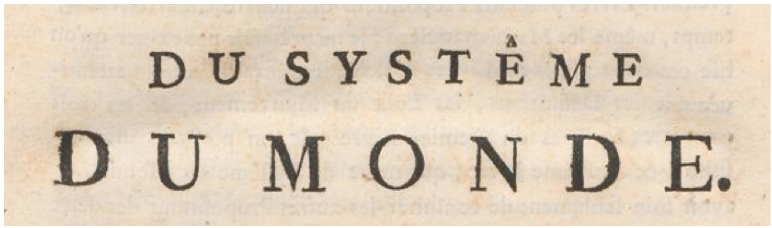

DU SYSTÊME
DU MONDE.

Le principe fondamental de la dynamique revisité



, ET DE L'UNIVERS !

Le principe fondamental de la dynamique revisité



, ET DE L'UNIVERS !

Plan

Problématique

Ingrédients : les trois axiomes de base

Où l'on se débarrasse *partiellement* du reste de l'Univers

Le PFD

Conclusion

...

Problématique

« La Mécanique Rationnelle sera la Science du Mouvement qui résulte de forces quelconques, et des forces nécessaires pour engendrer un mouvement quelconque, précisément proposée et démontrée. »

Isaac Newton, Préface aux *Principia*, 1686

Problématique

« La Mécanique Rationnelle sera la Science du Mouvement qui résulte de forces quelconques, et des forces nécessaires pour engendrer un mouvement quelconque, précisément proposée et démontrée. »

Isaac NEWTON, Préface aux *Principia*, 1686

Le PFD a largement fait ses preuves,

alors où est le problème ?



Problématique

« La Mécanique Rationnelle sera la Science du Mouvement qui résulte de forces quelconques, et des forces nécessaires pour engendrer un mouvement quelconque, précisément proposée et démontrée. »

Isaac NEWTON, Préface aux *Principia*, 1686

Le PFD a largement fait ses preuves,
alors où est le problème ?

Ben justement, y'en a plein !



Problématique

« La Mécanique Rationnelle sera la Science du Mouvement qui résulte de forces quelconques, et des forces nécessaires pour engendrer un mouvement quelconque, précisément proposée et démontrée. »

Isaac NEWTON, Préface aux *Principia*, 1686

Le PFD a largement fait ses preuves,
alors où est le problème ?

Ben justement, y'en a plein !



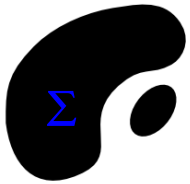
« Au commencement (si jamais il y eut pareille chose), Dieu créa les lois du mouvement de Newton et les masses et forces nécessaires. C'est tout ; le reste s'en déduit par le développement de méthodes mathématiques appropriées. »

Albert EINSTEIN, *Notes for an Autobiography*, 1949

Problématique

Questionnements

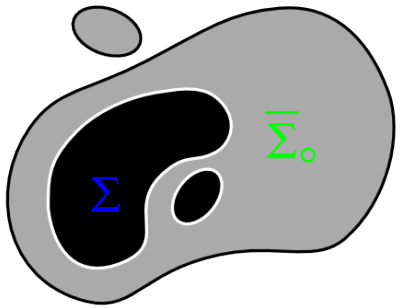
Système : Σ



Problématique

Questionnements

Système : Σ
Monde : $\Sigma^\circ = \Sigma \cup \overline{\Sigma}_\circ$



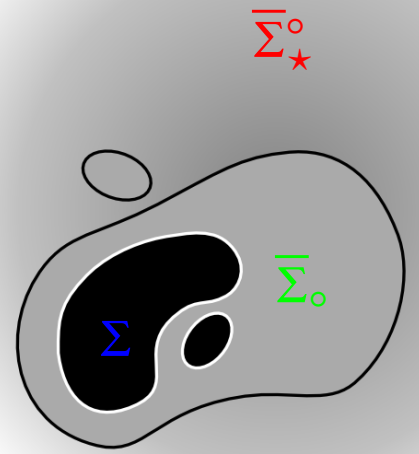
Problématique

Questionnements

Système : $\Sigma \quad (\overline{\Sigma}_\star = \overline{\Sigma}_\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star)$

Monde : $\Sigma^\circ = \Sigma \cup \overline{\Sigma}_\circ$

Univers : $\Sigma^\star = \Sigma^\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star$



Problématique

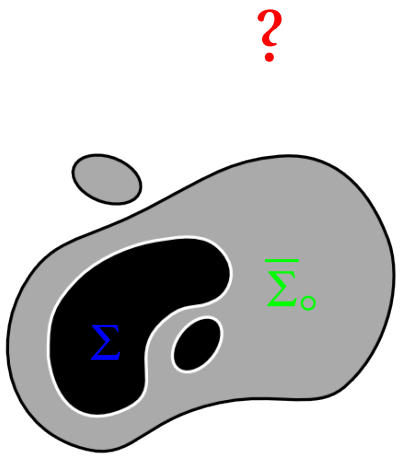
Questionnements

Système : $\Sigma \quad (\overline{\Sigma}_\star = \overline{\Sigma}_\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star)$

Monde : $\Sigma^\circ = \Sigma \cup \overline{\Sigma}_\circ$

Univers : $\Sigma^\star = \Sigma^\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star$

Peut-on ignorer le reste $\overline{\Sigma}^\circ_\star$ de l'Univers ?

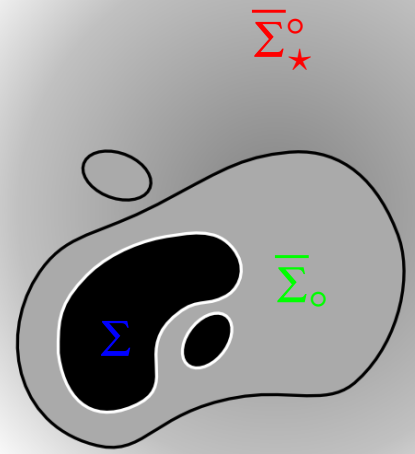


Problématique

Questionnements

Système : $\Sigma \quad (\overline{\Sigma}_\star = \overline{\Sigma}_\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star)$
Monde : $\Sigma^\circ = \Sigma \cup \overline{\Sigma}_\circ$
Univers : $\Sigma^\star = \Sigma^\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star$

Peut-on ignorer le reste $\overline{\Sigma}^\circ_\star$ de l'Univers ?



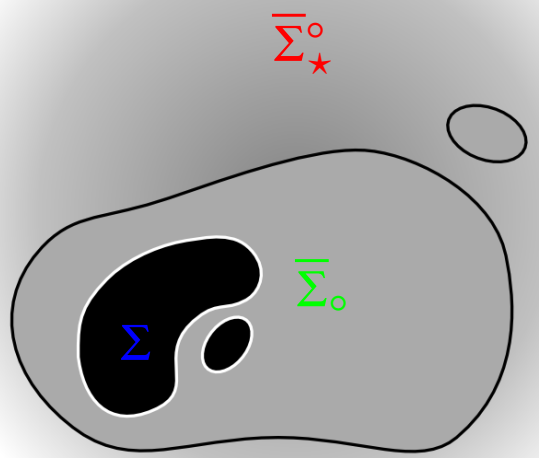
Problématique

Questionnements

Système : $\Sigma \quad (\overline{\Sigma}_\star = \overline{\Sigma}_\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star)$
Monde : $\Sigma^\circ = \Sigma \cup \overline{\Sigma}_\circ$
Univers : $\Sigma^\star = \Sigma^\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star$

Peut-on ignorer le reste $\overline{\Sigma}^\circ_\star$ de l'Univers ?

Le choix du Monde Σ° est-il indifférent ?



?

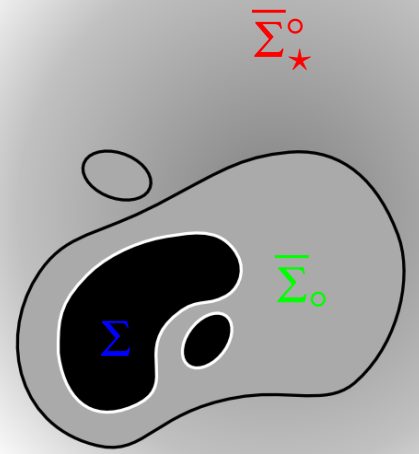
Problématique

Questionnements

Système : $\Sigma \quad (\overline{\Sigma}_\star = \overline{\Sigma}_\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star)$
Monde : $\Sigma^\circ = \Sigma \cup \overline{\Sigma}_\circ$
Univers : $\Sigma^\star = \Sigma^\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star$

Peut-on ignorer le reste $\overline{\Sigma}^\circ_\star$ de l'Univers ?

Le choix du Monde Σ° est-il indifférent ?



Problèmes avec les lois de Newton

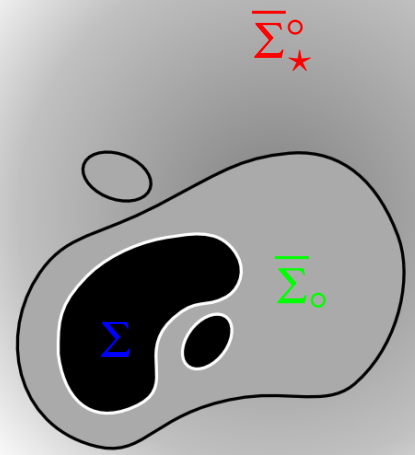
Problématique

Questionnements

Système : $\Sigma \quad (\overline{\Sigma}_\star = \overline{\Sigma}_\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star)$
Monde : $\Sigma^\circ = \Sigma \cup \overline{\Sigma}_\circ$
Univers : $\Sigma^\star = \Sigma^\circ \cup \overline{\Sigma}^\circ_\star$

Peut-on ignorer le reste $\overline{\Sigma}^\circ_\star$ de l'Univers ?

Le choix du Monde Σ° est-il indifférent ?



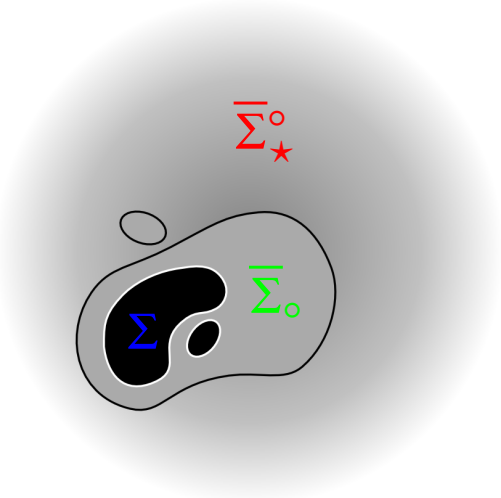
Problèmes avec les lois de Newton

- *Quelles* forces *prendre en compte ?* (mode d'emploi : *choix du Monde*)
- Théorème des coques + LUG → *« espace absolu »* ↔ *étoiles* dites *fixes !*
- *forces d'inertie ?* (interprétation)
- *points matériels* ↔ *principe des actions réciproques.*

Ingrédients

Contexte

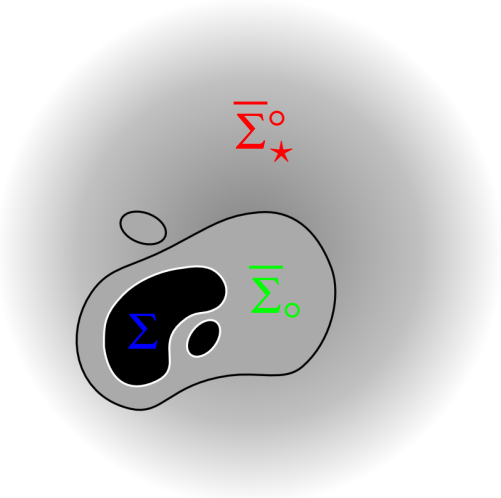
L'espace physique est classiquement ramené à un espace euclidien tridimensionnel (repère spatial). On se dote d'une chronologie (repère temporel) partagée par tous les référentiels $\mathscr{R}$ de $\mathcal{E}^3 \times \mathcal{I}$.



Ingrédients

Contexte

L'espace physique est classiquement ramené à un espace euclidien tridimensionnel (repère spatial). On se dote d'une chronologie (repère temporel) partagée par tous les référentiels $\mathscr{R}$ de $\mathcal{E}^3 \times \mathcal{I}$.



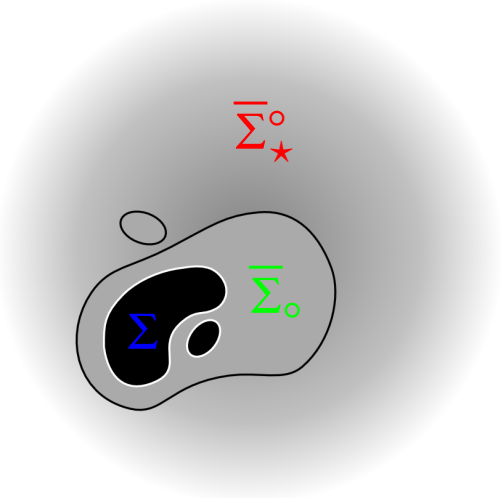
Systèmes étendus ($\neq$ *points matériels*)

→ MMC (TRUESDELL & NOLL)

Ingrédients

Contexte

L'espace physique est classiquement ramené à un espace euclidien tridimensionnel (repère spatial). On se dote d'une chronologie (repère temporel) partagée par tous les référentiels $\mathscr{R}$ de $\mathcal{E}^3 \times \mathcal{I}$.



Systèmes étendus ($\neq$ *points matériels*)

$\rightarrow$ MMC (TRUESDELL & NOLL)

Entrée en matière

La Physique s'intéresse au tangible et donc à des *objets matériels*, c'est-à-dire composés de *matière* : « *ce dont une chose est faite, un corps est constitué.* »

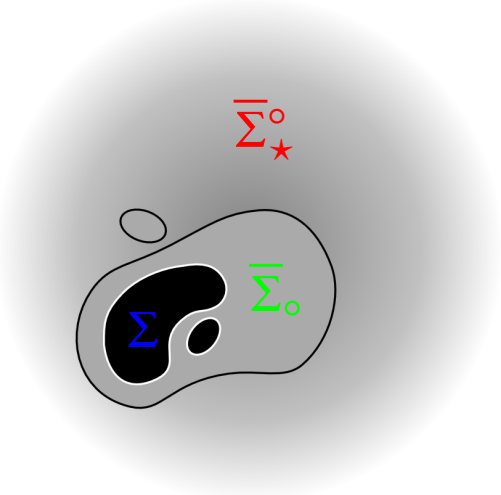
Dictionnaire de l'Académie française, 2011

Masse

Axiome 1 : *Existence de la masse*

On suppose que pour tout système matériel Σ*, il existe une* mesure m *scalaire* (>0) *de sa quantité de matière,* appelée *masse* :

$$m = \int_{\Sigma} \mathrm{d}m \qquad \forall\, \Sigma$$

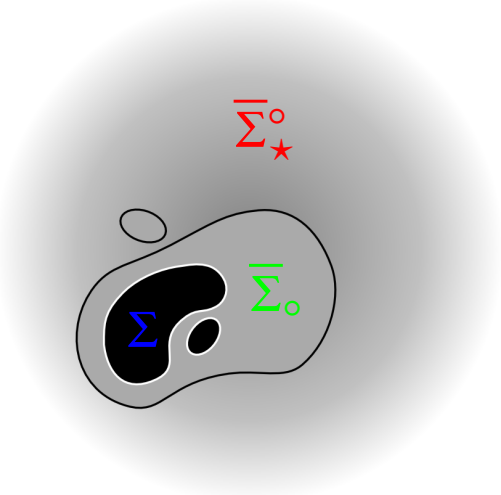


Masse

Axiome 1 : *Existence de la masse*

On suppose que pour tout système matériel Σ*, il existe une* mesure m *scalaire* (>0) *de sa quantité de matière,* appelée *masse* :

$$m = \int_{\Sigma} \mathrm{d}m \qquad \forall\, \Sigma$$



Conséquences :

$\Rightarrow$ ***centre de masse*** (système ***fini***)

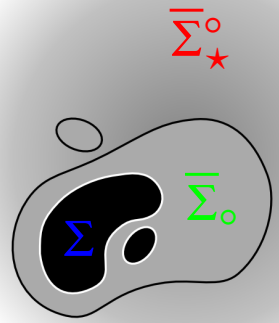
$$\exists\, G \quad \text{tq} \quad \int_{\Sigma} \overrightarrow{GM}\, \mathrm{d}m = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \int_{\Sigma} \overrightarrow{OM}\, \mathrm{d}m = m\, \overrightarrow{OG} \qquad \forall\, \Sigma \quad \forall\, \mathscr{R}$$

Masse

Axiome 1 : *Existence de la masse*

On suppose que pour tout système matériel Σ*, il existe une* mesure m *scalaire* (>0) *de sa quantité de matière,* appelée *masse* :

$$m = \int_{\Sigma} \mathrm{d}m \qquad \forall\, \Sigma$$



Conséquences :

$\Rightarrow$ ***centre de masse*** (système ***fini***)

$$\exists\, G \quad \text{tq} \quad \int_{\Sigma} \overrightarrow{GM}\, \mathrm{d}m = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \int_{\Sigma} \overrightarrow{OM}\, \mathrm{d}m = m\, \overrightarrow{OG} \qquad \forall\, \Sigma \quad \forall\, \mathscr{R}$$

$\Rightarrow$ pour tout système *fini* et ***fermé***

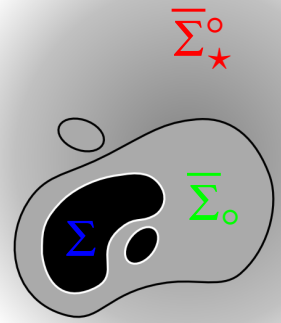
$$\frac{\mathrm{d}^{(n)}_{\mathscr{R}}}{\mathrm{d}t^{(n)}} \int_{\Sigma} \overrightarrow{OM}\, \mathrm{d}m = \int_{\Sigma} \frac{\mathrm{d}^{(n)}_{\mathscr{R}}}{\mathrm{d}t^{(n)}}\, \overrightarrow{OM}\, \mathrm{d}m = m\, \frac{\mathrm{d}^{(n)}_{\mathscr{R}}}{\mathrm{d}t^{(n)}}\, \overrightarrow{OG} \qquad (n \in \mathbb{N}) \quad \forall\, \mathscr{R}$$

Masse

Axiome 1 : *Existence de la masse*

On suppose que pour tout système matériel Σ*, il existe une* mesure m *scalaire* (>0) *de sa quantité de matière,* appelée *masse* :

$$m = \int_\Sigma \mathrm{d}m \qquad \forall\, \Sigma$$



Conséquences :

$\Rightarrow$ ***centre de masse*** (système ***fini***)

$$\exists\, G \quad \text{tq} \quad \int_\Sigma \overrightarrow{GM}\,\mathrm{d}m = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \int_\Sigma \overrightarrow{OM}\,\mathrm{d}m = m\,\overrightarrow{OG} \qquad \forall\, \Sigma \quad \forall\, \mathscr{R}$$

$\Rightarrow$ pour tout système *fini* et ***fermé***

$$\frac{\mathrm{d}^{(n)}_{\mathscr{R}}}{\mathrm{d}t^{(n)}} \int_\Sigma \overrightarrow{OM}\,\mathrm{d}m = \int_\Sigma \frac{\mathrm{d}^{(n)}_{\mathscr{R}}}{\mathrm{d}t^{(n)}}\,\overrightarrow{OM}\,\mathrm{d}m = m\,\frac{\mathrm{d}^{(n)}_{\mathscr{R}}}{\mathrm{d}t^{(n)}}\,\overrightarrow{OG} \qquad (n \in \mathbb{N}) \quad \forall\, \mathscr{R}$$

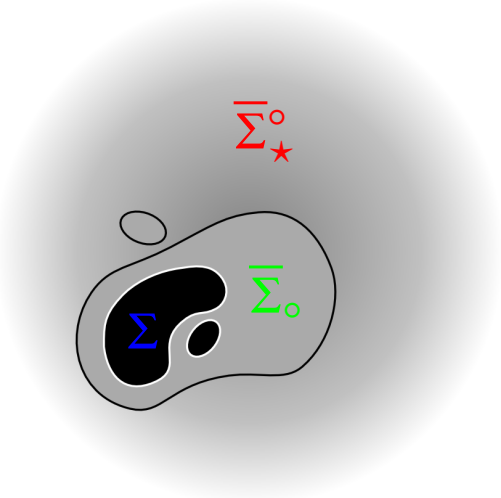
$\Rightarrow$ ***référentiel barycentrique***

À tout Monde Σ° (*fini* et *fermé*) on peut associer un référentiel $\mathscr{R}_\circ$ d'origine son centre de masse $G_\circ$ et en *translation* par rapport à $\mathscr{R}$.

Force

« On entend en général par force [...] la cause, quelle qu'elle soit, qui imprime ou tend à imprimer du mouvement au corps auquel on la suppose appliquée. »

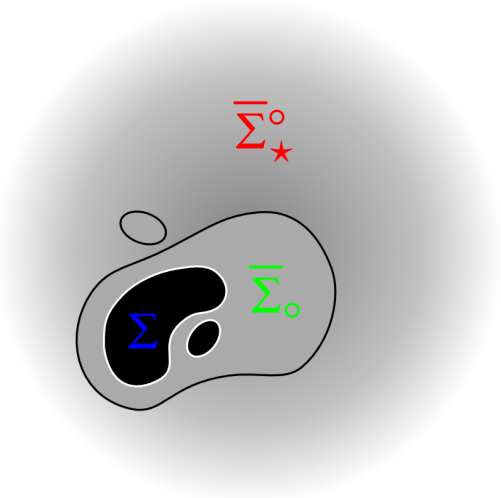
Joseph-Louis LAGRANGE, *Méchanique analitique*, p. 1, 1788



Force

« On entend en général par force [...] la cause, quelle qu'elle soit, qui imprime ou tend à imprimer du mouvement au corps auquel on la suppose appliquée. »

Joseph-Louis LAGRANGE, *Méchanique analitique*, p. 1, 1788



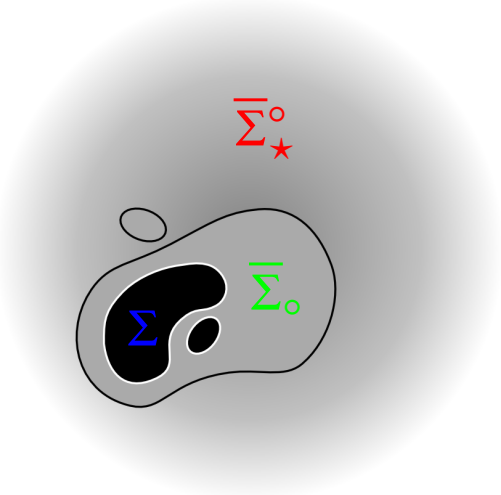
Axiome 2 : *Force*

On postule qu'il existe un vecteur *appelé* force *traduisant l'action mécanique* instantanée *sur toute particule matérielle M de toute autre particule P de l'Univers.*
Les forces sont supposées indépendantes.

Force

« On entend en général par force [...] la cause, quelle qu'elle soit, qui imprime ou tend à imprimer du mouvement au corps auquel on la suppose appliquée. »

Joseph-Louis LAGRANGE, *Méchanique analitique*, p. 1, 1788



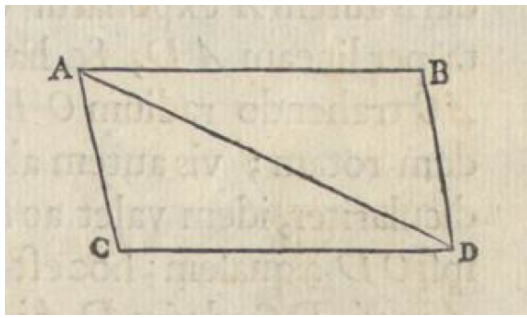
Axiome 2 : *Force*

On postule qu'il existe un vecteur *appelé* force *traduisant l'action mécanique* instantanée *sur toute particule matérielle M de toute autre particule P de l'Univers.*
Les forces sont supposées indépendantes.

Résultantes :

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\Pi\to M} = \int_{\Pi} \mathrm{d}\vec{F}_{P\in\Pi\to M} \qquad \forall\, \Pi,\, M$$

$$\vec{F}_{\Pi\to\Sigma} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\Pi\to M\in\Sigma} \qquad \forall\, \Pi,\, \Sigma$$

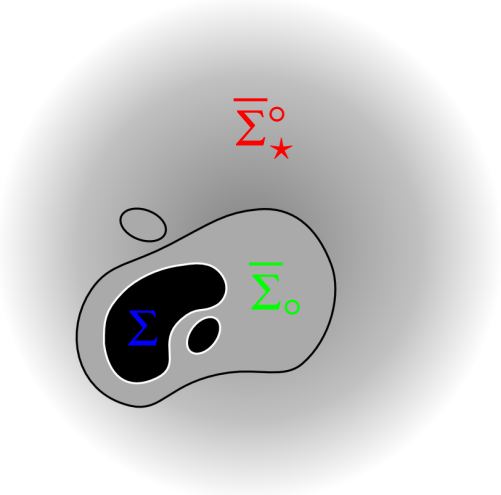


NEWTON, Fig. I

Force

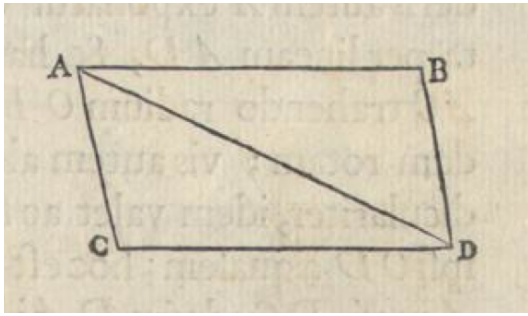
« On entend en général par force [...] la cause, quelle qu'elle soit, qui imprime ou tend à imprimer du mouvement au corps auquel on la suppose appliquée. »

Joseph-Louis LAGRANGE, *Méchanique analitique*, p. 1, 1788



Axiome 2 : *Force*

On postule qu'il existe un vecteur *appelé* force *traduisant l'action mécanique* instantanée *sur toute particule matérielle M de toute autre particule P de l'Univers.*
Les forces sont supposées indépendantes.



NEWTON, Fig. I

Résultantes :

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\Pi\to M} = \int_{\Pi} \mathrm{d}\vec{F}_{P\in\Pi\to M} \qquad \forall\, \Pi,\ M$$

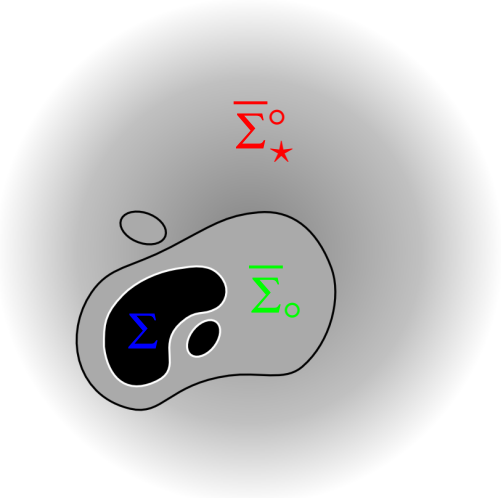
$$\vec{F}_{\Pi\to\Sigma} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\Pi\to M\in\Sigma} \qquad \forall\, \Pi,\ \Sigma$$

et $\vec{F}_{\Sigma^\star\to\Sigma} = \vec{F}_{\overline{\Sigma}_\star\to\Sigma} + \vec{F}_{\Sigma\leftrightarrow\Sigma}$ avec $\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\star\to\Sigma} = \vec{F}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to\Sigma} + \vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to\Sigma}$

Relation constitutive

Postulat 3 : *Relation fondamentale de la dynamique*

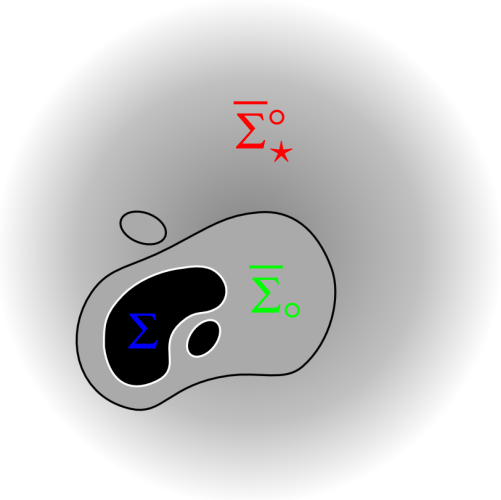
Pour tout système matériel Σ fermé, de masse m et centre de masse G, on a :



Relation constitutive

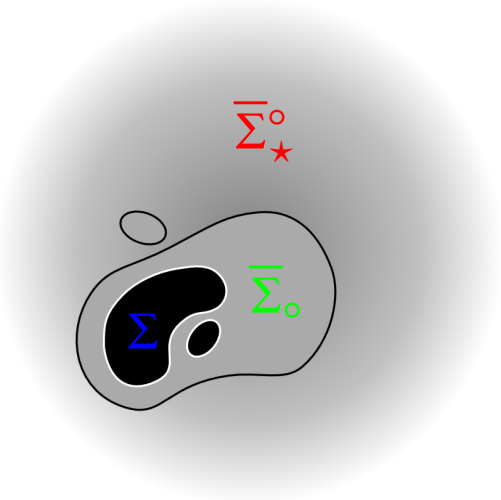
Postulat 3 : *Relation fondamentale de la dynamique*

Pour tout système matériel Σ fermé, de masse m et centre de masse G, on a :



$$\vec{F}_{\Sigma^\star \to \Sigma} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M} = \int_{\Sigma} \int_{\Sigma^\star} \mathrm{d}\vec{F}_{P \in \Sigma^\star \to M} = \int_{\Sigma} \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}} \, \mathrm{d}m = m \, \vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}}$$

Relation constitutive

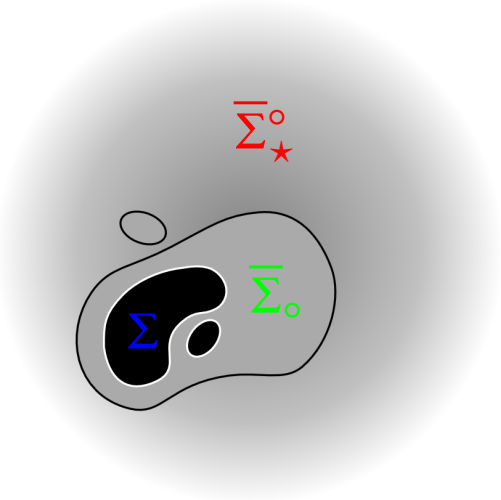


Postulat 3 : *Relation fondamentale de la dynamique*

Pour tout système matériel Σ fermé, de masse m et centre de masse G, on a :

$$\vec{F}_{\Sigma^\star \to \Sigma} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M} = \int_{\Sigma} \int_{\Sigma^\star} \mathrm{d}\vec{F}_{P \in \Sigma^\star \to M} = \int_{\Sigma} \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}} \, \mathrm{d}m = m \, \vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \quad \forall \mathscr{R}$$

Relation constitutive



Postulat 3 : *Relation fondamentale de la dynamique*

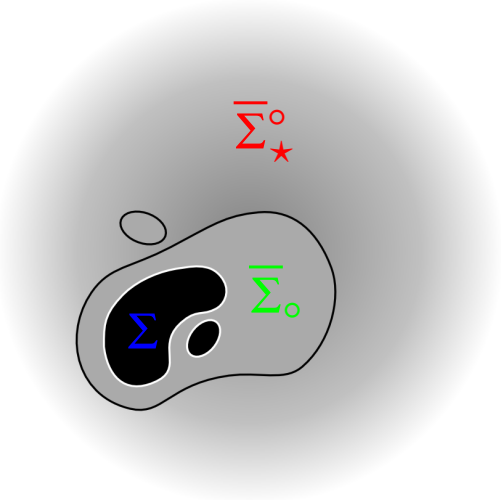
Pour tout système matériel Σ fermé, de masse m et centre de masse G, on a :

$$\vec{F}_{\Sigma^\star \to \Sigma / \mathscr{R}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M / \mathscr{R}} = \int_{\Sigma} \int_{\Sigma^\star} \mathrm{d}\vec{F}_{P \in \Sigma^\star \to M / \mathscr{R}} = \int_{\Sigma} \vec{\Gamma}_{M / \mathscr{R}} \, \mathrm{d}m = m \, \vec{\Gamma}_{G / \mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

Relation constitutive

Postulat 3 : *Relation fondamentale de la dynamique*

Pour tout système matériel Σ fermé, de masse m et centre de masse G, on a :



$$\vec{F}_{\Sigma^\star\to\Sigma/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star\to M/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma}\int_{\Sigma^\star} \mathrm{d}\vec{F}_{P\in\Sigma^\star\to M/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma} \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m = m\,\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

Inexploitable en l'état !

Stratégie : Éliminer les forces $\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M}$ inconnues et *a priori* inaccessibles.

Où l'on se débarrasse *partiellement* du reste de l'Univers

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\star \to M/\mathscr{R}} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma \to M/\mathscr{R}} = \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

Où l'on se débarrasse *partiellement* du reste de l'Univers

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\star \to M/\mathscr{R}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma \to M/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

Contribution de $\overline{\Sigma}^\circ_\star$ à la translation du Monde Σ° (I)

Soient $\mathscr{R}$ une référentiel d'origine O et d'orientation *quelconques*, et $\mathscr{R}_\circ$ un référentiel barycentrique d'origine $G_\circ$ et de même orientation (*translation*).

$$\vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}} = \vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}} + \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_\circ}$$

Où l'on se débarrasse *partiellement* du reste de l'Univers

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\star \to M/\mathscr{R}} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma \to M/\mathscr{R}} = \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

Contribution de $\overline{\Sigma}^\circ_\star$ à la translation du Monde Σ° (I)

Soient $\mathscr{R}$ une référentiel d'origine O et d'orientation *quelconques*, et $\mathscr{R}_\circ$ un référentiel barycentrique d'origine $G_\circ$ et de même orientation (*translation*).

$$\vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}} = \vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}} + \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_\circ}$$

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M/\mathscr{R}} = + \begin{matrix} \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}} \\ \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\circ \to M/\mathscr{R}} \end{matrix} = + \begin{matrix} m\,\vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}} \\ \int_\Sigma \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_\circ}\,\mathrm{d}m \end{matrix} = \int_\Sigma \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m$$

Où l'on se débarrasse *partiellement* du reste de l'Univers

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\star \to M/\mathscr{R}} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma \to M/\mathscr{R}} = \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

Contribution de $\overline{\Sigma}^\circ_\star$ à la translation du Monde Σ° (I)

Soient $\mathscr{R}$ une référentiel d'origine O et d'orientation *quelconques*, et $\mathscr{R}_\circ$ un référentiel barycentrique d'origine $G_\circ$ et de même orientation (*translation*).

$$\vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}} = \vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}} + \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_\circ}$$

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M/\mathscr{R}} = \begin{cases} \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}} \\ \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\circ \to M/\mathscr{R}} = \int_\Sigma \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_\circ}\,\mathrm{d}m \end{cases} = \int_\Sigma \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m$$

Or $\vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}}$ est associée à O *arbitraire et dissocié du Monde.*
Les forces étant *indépendantes*, si $\Sigma = \Sigma^\circ$, il vient :

$$\vec{F}_{\Sigma^\circ \leftrightarrow \Sigma^\circ/\mathscr{R}} = \vec{F}_{\Sigma^\circ \leftrightarrow \Sigma^\circ/\mathscr{R}_\circ} = m_\circ \vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}_\circ} = \vec{0}$$

Où l'on se débarrasse *partiellement* du reste de l'Univers

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\star \to M/\mathscr{R}} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma \to M/\mathscr{R}} = \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

Contribution de $\overline{\Sigma}^\circ_\star$ à la translation du Monde Σ° (I)

Soient $\mathscr{R}$ une référentiel d'origine O et d'orientation *quelconques*, et $\mathscr{R}_\circ$ un référentiel barycentrique d'origine $G_\circ$ et de même orientation (*translation*).

$$\vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}} = \vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}} + \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_\circ}$$

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M/\mathscr{R}} = \begin{cases} \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}} = m\,\vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}} \\ \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\circ \to M/\mathscr{R}} = \int_\Sigma \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_\circ}\,\mathrm{d}m \end{cases} = \int_\Sigma \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m$$

Or $\vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}}$ est associée à O *arbitraire et dissocié du Monde.*
Les forces étant *indépendantes*, si $\Sigma = \Sigma^\circ$, il vient :

$$\vec{F}_{\Sigma^\circ \leftrightarrow \Sigma^\circ/\mathscr{R}} = \vec{F}_{\Sigma^\circ \leftrightarrow \Sigma^\circ/\mathscr{R}_\circ} = m_\circ\,\vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}_\circ} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{\Sigma \to \Sigma/\mathscr{R}} = \vec{0} \quad \forall \Sigma, \forall \mathscr{R}$$

Seules les forces extérieures $\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\star \to M/\mathscr{R}}$ *contribuent au mouvement de* G.

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la translation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

$\Rightarrow$ **Théorème 1 :** ***nullité de la résultante des forces intérieures***

On *valide* le recours à des *points matériels* $\qquad \vec{F}_{\Sigma\to\Sigma/\mathscr{R}} = \vec{0} \quad \forall \Sigma, \forall \mathscr{R}$

Contribution de $\overline{\Sigma^\circ_\star}$ à la translation du Monde Σ° (II)

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma_\star}\to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

⇒ **Théorème 1 :** ***nullité de la résultante des forces intérieures***

On *valide* le recours à des *points matériels* $\qquad \vec{F}_{\Sigma\to\Sigma/\mathscr{R}} = \vec{0} \quad \forall \Sigma,\ \forall \mathscr{R}$

⇒ **Théorème 2 :** ***actions réciproques*** Quelle que soit la partition $\{\Pi_1, \Pi_2\}$ de Σ :

$$\vec{F}_{\Sigma\leftrightarrow\Sigma} = \int_{\Pi_1\cup\Pi_2} \mathrm{d}\vec{F}_{\Pi_1\cup\Pi_2\to M/\mathscr{R}} = \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_1\leftrightarrow\Pi_1}} + \vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} + \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_2\leftrightarrow\Pi_2}} + \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \qquad \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = -\vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} \qquad \forall\, \Pi_1, \Pi_2 \quad \forall \mathscr{R}$$

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la translation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

⇒ **Théorème 1 : *nullité de la résultante des forces intérieures***

On *valide* le recours à des *points matériels* $\quad \vec{F}_{\Sigma\to\Sigma/\mathscr{R}} = \vec{0} \quad \forall \Sigma, \forall \mathscr{R}$

⇒ **Théorème 2 : *actions réciproques*** Quelle que soit la partition $\{\Pi_1, \Pi_2\}$ de Σ :

$$\vec{F}_{\Sigma\leftrightarrow\Sigma} = \int_{\Pi_1\cup\Pi_2} \mathrm{d}\vec{F}_{\Pi_1\cup\Pi_2\to M/\mathscr{R}} = \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_1\leftrightarrow\Pi_1}} + \vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} + \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_2\leftrightarrow\Pi_2}} + \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \qquad \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = -\vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} \qquad \forall \Pi_1, \Pi_2 \quad \forall \mathscr{R}$$

"Élimination" de la *translation* du Monde dans $\mathscr{R}$

Posant $\quad \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} + \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}}$

avec $\quad \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \vec{\Gamma}_{G_\circ/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m \quad \Rightarrow \quad \vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to\Sigma^{\circ}/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma^{\circ}} \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \vec{0}$

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la translation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

⇒ **Théorème 1 : *nullité de la résultante des forces intérieures***

On *valide* le recours à des *points matériels* $\qquad \vec{F}_{\Sigma\to\Sigma/\mathscr{R}} = \vec{0} \quad \forall \Sigma,\ \forall \mathscr{R}$

⇒ **Théorème 2 : *actions réciproques*** Quelle que soit la partition $\{\Pi_1, \Pi_2\}$ de Σ :

$$\vec{F}_{\Sigma\leftrightarrow\Sigma} = \int_{\Pi_1\cup\Pi_2} \mathrm{d}\vec{F}_{\Pi_1\cup\Pi_2\to M/\mathscr{R}} = \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_1\leftrightarrow\Pi_1}} + \vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} + \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_2\leftrightarrow\Pi_2}} + \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \qquad \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = -\vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} \qquad \forall\, \Pi_1, \Pi_2 \quad \forall \mathscr{R}$$

"Élimination" de la *translation* du Monde dans $\mathscr{R}$

Posant $\qquad \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} + \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}}$

avec $\qquad \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \vec{\Gamma}_{G_{\circ}/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m \quad \Rightarrow \quad \vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to\Sigma^{\circ}/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma^{\circ}} \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \vec{0}$

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la translation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} \qquad \forall \mathscr{R}$$

⇒ **Théorème 1 : *nullité de la résultante des forces intérieures***

On *valide* le recours à des *points matériels* $\qquad \vec{F}_{\Sigma\to\Sigma/\mathscr{R}} = \vec{0} \quad \forall \Sigma, \forall \mathscr{R}$

⇒ **Théorème 2 : *actions réciproques*** Quelle que soit la partition $\{\Pi_1, \Pi_2\}$ de Σ :

$$\vec{F}_{\Sigma\leftrightarrow\Sigma} = \int_{\Pi_1\cup\Pi_2} \mathrm{d}\vec{F}_{\Pi_1\cup\Pi_2\to M/\mathscr{R}} = \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_1\leftrightarrow\Pi_1}} + \vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} + \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_2\leftrightarrow\Pi_2}} + \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \qquad \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = -\vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} \qquad \forall \Pi_1, \Pi_2 \quad \forall \mathscr{R}$$

"Élimination" de la *translation* du Monde dans $\mathscr{R}$

Posant $\qquad \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} + \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}}$

avec $\qquad \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \vec{\Gamma}_{G_{\circ}/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m \quad \Rightarrow \quad \vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to\Sigma^{\circ}/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma^{\circ}} \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \vec{0}$

Et dans un référentiel barycentrique $\mathscr{R}_{\circ} \quad \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \vec{\Gamma}_{G_{\circ}/\mathscr{R}_{\circ}}\,\mathrm{d}m = \vec{0}$

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la translation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

⇒ **Théorème 1 : *nullité de la résultante des forces intérieures***

On *valide* le recours à des *points matériels* $\qquad \vec{F}_{\Sigma\to\Sigma/\mathscr{R}} = \vec{0} \quad \forall \Sigma, \forall \mathscr{R}$

⇒ **Théorème 2 : *actions réciproques*** Quelle que soit la partition $\{\Pi_1, \Pi_2\}$ de Σ :

$$\vec{F}_{\Sigma\leftrightarrow\Sigma} = \int_{\Pi_1\cup\Pi_2} \mathrm{d}\vec{F}_{\Pi_1\cup\Pi_2\to M/\mathscr{R}} = \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_1\leftrightarrow\Pi_1}} + \vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} + \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_2\leftrightarrow\Pi_2}} + \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \qquad \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = -\vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} \qquad \forall \Pi_1, \Pi_2 \quad \forall \mathscr{R}$$

"Élimination" de la *translation* du Monde dans $\mathscr{R}$

Posant $\qquad \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} + \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}}$

avec $\qquad \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \vec{\Gamma}_{G_{\circ}/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m \quad \Rightarrow \quad \vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to\Sigma^{\circ}/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma^{\circ}} \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \vec{0}$

Et dans un référentiel barycentrique $\mathscr{R}_{\circ} \quad \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \vec{\Gamma}_{G_{\circ}/\mathscr{R}_{\circ}}\,\mathrm{d}m = \vec{0}$

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la translation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

⇒ **Théorème 1 : *nullité de la résultante des forces intérieures***

On *valide* le recours à des *points matériels* $\qquad \vec{F}_{\Sigma\to\Sigma/\mathscr{R}} = \vec{0} \quad \forall \Sigma, \forall \mathscr{R}$

⇒ **Théorème 2 : *actions réciproques*** Quelle que soit la partition $\{\Pi_1, \Pi_2\}$ de Σ :

$$\vec{F}_{\Sigma\leftrightarrow\Sigma} = \int_{\Pi_1\cup\Pi_2} \mathrm{d}\vec{F}_{\Pi_1\cup\Pi_2\to M/\mathscr{R}} = \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_1\leftrightarrow\Pi_1}} + \vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} + \cancelto{0}{\vec{F}_{\Pi_2\leftrightarrow\Pi_2}} + \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \qquad \vec{F}_{\Pi_1\to\Pi_2/\mathscr{R}} = -\vec{F}_{\Pi_2\to\Pi_1/\mathscr{R}} \qquad \forall \Pi_1, \Pi_2 \quad \forall \mathscr{R}$$

"Élimination" de la *translation* du Monde dans $\mathscr{R}$

Posant $\qquad \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} + \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}}$

avec $\qquad \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \vec{\Gamma}_{G_{\circ}/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m \quad \Rightarrow \quad \vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to\Sigma^{\circ}/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma^{\circ}} \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}} = \vec{0}$

Et dans un référentiel barycentrique $\mathscr{R}_{\circ}$ $\quad \mathrm{d}\vec{F}^{\circ}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \vec{\Gamma}_{G_{\circ}/\mathscr{R}_{\circ}}\,\mathrm{d}m = \vec{0}$

⇒ **Théorème 3 : *"principe" d'équivalence*** Nous n'avons bas besoin d'une quelconque origine O par rapport à laquelle le Monde Σ° serait en *chute libre* dans $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$.

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la rotation du Monde Σ° (I)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

Changement de référentiel barycentrique

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la rotation du Monde Σ° (I)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

Changement de référentiel barycentrique

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^{\star} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\,\mathrm{d}m \qquad \forall M \in \Sigma^{\circ} \subsetneqq \Sigma^{\star} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^{\star} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}} = \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}} + \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}} = \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}'_{\circ}}\,\mathrm{d}m \qquad \forall M \in \Sigma^{\circ} \subsetneqq \Sigma^{\star} \qquad \forall \mathscr{R}'_{\circ}$$

$$= \left[\vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_{\circ}} + \vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \left(\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M}\right) + \dot{\vec{\Omega}}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M} + 2\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \vec{V}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\right] \mathrm{d}m$$

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la rotation du Monde Σ° (I)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

Changement de référentiel barycentrique

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^{\star} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\,\mathrm{d}m \qquad \forall M \in \Sigma^{\circ} \subsetneqq \Sigma^{\star} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^{\star} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}} = \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}} + \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}} = \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}'_{\circ}}\,\mathrm{d}m \qquad \forall M \in \Sigma^{\circ} \subsetneqq \Sigma^{\star} \qquad \forall \mathscr{R}'_{\circ}$$

$$= \left[\vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_{\circ}} + \vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \left(\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M}\right) + \dot{\vec{\Omega}}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M} + 2\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \vec{V}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\right]\mathrm{d}m$$

$$\left(\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} - \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}}\right) + \left(\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} - \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}}\right)$$

$$= -\left[\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \left(\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M}\right) + \dot{\vec{\Omega}}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M} + 2\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \vec{V}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\right]\mathrm{d}m$$

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la rotation du Monde Σ° (I)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

Changement de référentiel barycentrique

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^{\star} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\,\mathrm{d}m \qquad \forall M \in \Sigma^{\circ} \subsetneqq \Sigma^{\star} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^{\star} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}} = \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}} + \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}} = \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}'_{\circ}}\,\mathrm{d}m \qquad \forall M \in \Sigma^{\circ} \subsetneqq \Sigma^{\star} \qquad \forall \mathscr{R}'_{\circ}$$

$$= \left[\vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}_{\circ}} + \vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \left(\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M}\right) + \dot{\vec{\Omega}}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M} + 2\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \vec{V}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\right] \mathrm{d}m$$

$$\left(\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} - \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}}^{\Delta} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}}\right) + \left(\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} - \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}'_{\circ}}\right)$$

$$= -\left[\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \left(\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M}\right) + \dot{\vec{\Omega}}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M} + 2\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}'_{\circ}} \times \vec{V}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\right] \mathrm{d}m$$

indépendamment des interactions dans Σ°,
ce qui permet d'attribuer le second membre au reste $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ de l'Univers.

Contribution de $\overline{\Sigma^\circ_\star}$ à la rotation du Monde Σ° (II)

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma^\circ_\star}\to M/\mathscr{R}_\circ} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\circ\to M/\mathscr{R}_\circ} = \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\star\to M/\mathscr{R}_\circ} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}_\circ} \qquad \forall \mathscr{R}_\circ$$

Si le Monde est suffisamment *petit* devant les distances aux autres corps de l'Univers (*séparation d'échelles*), qui apparaissent donc comme *fixes* à l'échelle de temps des problèmes considérés, notant $\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma^\circ_\star}\to M} = \vec{f}_{\overline{\Sigma^\circ_\star}\to M}\,\mathrm{d}m$:

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la rotation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star} \to M/\mathscr{R}_{\circ}}^{\Delta} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star} \to M/\mathscr{R}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

Si le Monde est suffisamment *petit* devant les distances aux autres corps de l'Univers (*séparation d'échelles*), qui apparaissent donc comme *fixes* à l'échelle de temps des problèmes considérés, notant $\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star} \to M}^{\Delta} = \vec{f}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star} \to M}^{\Delta} \mathrm{d}m$:

$\exists \mathscr{R}'_{\circ} = \mathscr{R}^{\star}_{\circ}$ tel que le champ massique $\vec{f}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star} \to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}^{\Delta}$ soit *constant, quasi-ment uniforme* et *minimal*, et vaille $\vec{f}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star} \to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}^{\sim}$ (*forces de marée*).

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la rotation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

Si le Monde est suffisamment *petit* devant les distances aux autres corps de l'Univers (*séparation d'échelles*), qui apparaissent donc comme *fixes* à l'échelle de temps des problèmes considérés, notant $\mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M} = \vec{f}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M}\,\mathrm{d}m$:

$\exists\, \mathscr{R}'_{\circ} = \mathscr{R}^{\star}_{\circ}$ tel que le champ massique $\vec{f}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ soit *constant, quasi-ment uniforme* et *minimal*, et vaille $\vec{f}^{\sim}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ (*forces de marée*).

Posant $\vec{f}^{\Delta}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \vec{f}^{\bowtie}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \vec{f}^{\sim}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ avec

$$\vec{f}^{\bowtie}_{\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = -\left[\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \left(\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M}\right) + \dot{\vec{\Omega}}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M} + 2\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \vec{V}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\right]$$

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la rotation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}}^{\bowtie} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}^{\frown} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}_{\circ}$$

Si le Monde est suffisamment *petit* devant les distances aux autres corps de l'Univers (*séparation d'échelles*), qui apparaissent donc comme *fixes* à l'échelle de temps des problèmes considérés, notant $\mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M} = \vec{f}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M}\,\mathrm{d}m$:

$\exists\, \mathscr{R}'_{\circ} = \mathscr{R}^{\star}_{\circ}$ tel que le champ massique $\vec{f}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ soit *constant, quasi-ment uniforme* et *minimal*, et vaille $\vec{f}^{\frown}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ (*forces de marée*).

Posant $\vec{f}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \vec{f}^{\bowtie}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \vec{f}^{\frown}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ avec

$$\vec{f}^{\bowtie}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = -\left[\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \left(\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M}\right) + \dot{\vec{\Omega}}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M} + 2\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \vec{V}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\right]$$

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la rotation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}^{\bowtie} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}^{\frown} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}^{\star}_{\circ}$$

Si le Monde est suffisamment *petit* devant les distances aux autres corps de l'Univers (*séparation d'échelles*), qui apparaissent donc comme *fixes* à l'échelle de temps des problèmes considérés, notant $\mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M} = \vec{f}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M}\,\mathrm{d}m$:

$\exists\, \mathscr{R}'_{\circ} = \mathscr{R}^{\star}_{\circ}$ tel que le champ massique $\vec{f}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ soit *constant, quasi-ment uniforme* et *minimal*, et vaille $\vec{f}^{\frown}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ (*forces de marée*).

Posant $\vec{f}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \vec{f}^{\bowtie}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \vec{f}^{\frown}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ avec

$$\vec{f}^{\bowtie}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = -\left[\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \left(\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M}\right) + \dot{\vec{\Omega}}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M} + 2\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \vec{V}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{d}\vec{F}^{\bowtie}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = \vec{0}$$

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la rotation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\bowtie M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\frown M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}^{\star}_{\circ}$$

Si le Monde est suffisamment *petit* devant les distances aux autres corps de l'Univers (*séparation d'échelles*), qui apparaissent donc comme *fixes* à l'échelle de temps des problèmes considérés, notant $\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\triangle M} = \vec{f}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\triangle M}\,\mathrm{d}m$:

$\exists\, \mathscr{R}'_{\circ} = \mathscr{R}^{\star}_{\circ}$ tel que le champ massique $\vec{f}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\triangle M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ soit *constant, quasi-ment uniforme* et *minimal*, et vaille $\vec{f}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\frown M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ (*forces de marée*).

Posant $\vec{f}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\triangle M/\mathscr{R}_{\circ}} = \vec{f}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\bowtie M/\mathscr{R}_{\circ}} + \vec{f}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\frown M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ avec

$$\vec{f}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\bowtie M/\mathscr{R}_{\circ}} = -\left[\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \left(\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M}\right) + \dot{\vec{\Omega}}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M} + 2\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \vec{V}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\right]$$

$\Rightarrow$ $\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\bowtie M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = \vec{0}$ et $\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\frown M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\frown M/\mathscr{R}_{\circ}}$ ainsi que

Contribution de $\overline{\Sigma}^{\circ}_{\star}$ à la rotation du Monde Σ° (II)

$$\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}^{\bowtie} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}^{\frown} + \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = \int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \qquad \forall \mathscr{R}^{\star}_{\circ}$$

Si le Monde est suffisamment *petit* devant les distances aux autres corps de l'Univers (*séparation d'échelles*), qui apparaissent donc comme *fixes* à l'échelle de temps des problèmes considérés, notant $\mathrm{d}\vec{F}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M} = \vec{f}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M}\,\mathrm{d}m$:

$\exists\, \mathscr{R}'_{\circ} = \mathscr{R}^{\star}_{\circ}$ tel que le champ massique $\vec{f}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ soit *constant, quasiment uniforme* et *minimal*, et vaille $\vec{f}^{\frown}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ (*forces de marée*).

Posant $\vec{f}^{\Delta}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \vec{f}^{\bowtie}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} + \vec{f}^{\frown}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}}$ avec

$$\vec{f}^{\bowtie}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = -\left[\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \left(\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M}\right) + \dot{\vec{\Omega}}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \overrightarrow{G_{\circ}M} + 2\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_{\circ}/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} \times \vec{V}_{M/\mathscr{R}_{\circ}}\right]$$

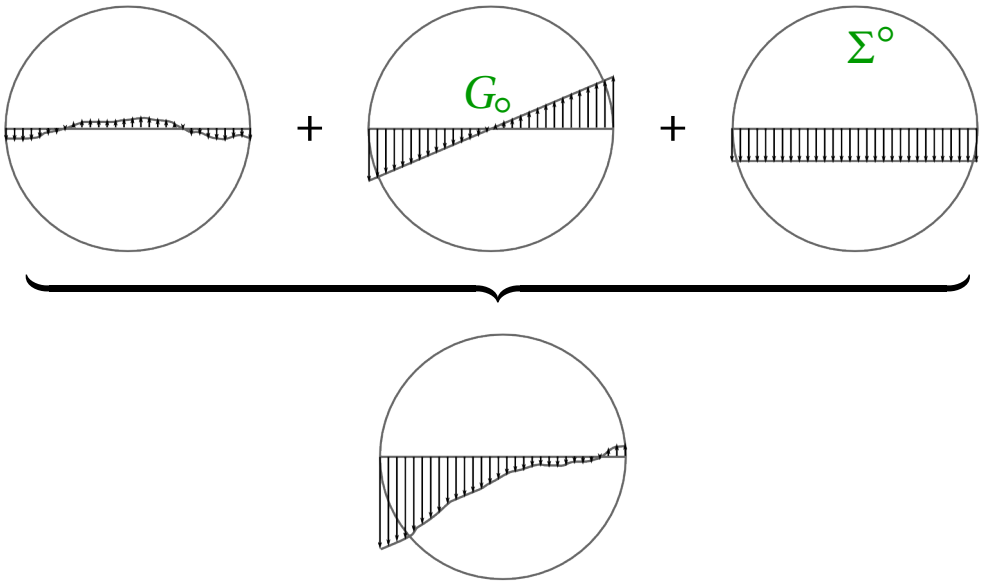
$$\Rightarrow \quad \mathrm{d}\vec{F}^{\bowtie}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \mathrm{d}\vec{F}^{\frown}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = \mathrm{d}\vec{F}^{\frown}_{\overline{\overline{\Sigma}}^{\circ}_{\star}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} \quad \text{ainsi que}$$

Théorème 4 : *objectivité des forces* intérieures *au Monde*

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}^{\star}_{\circ}} = \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}_{\circ}} = \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_{\circ}\to M/\mathscr{R}}$$

Récapitulatif

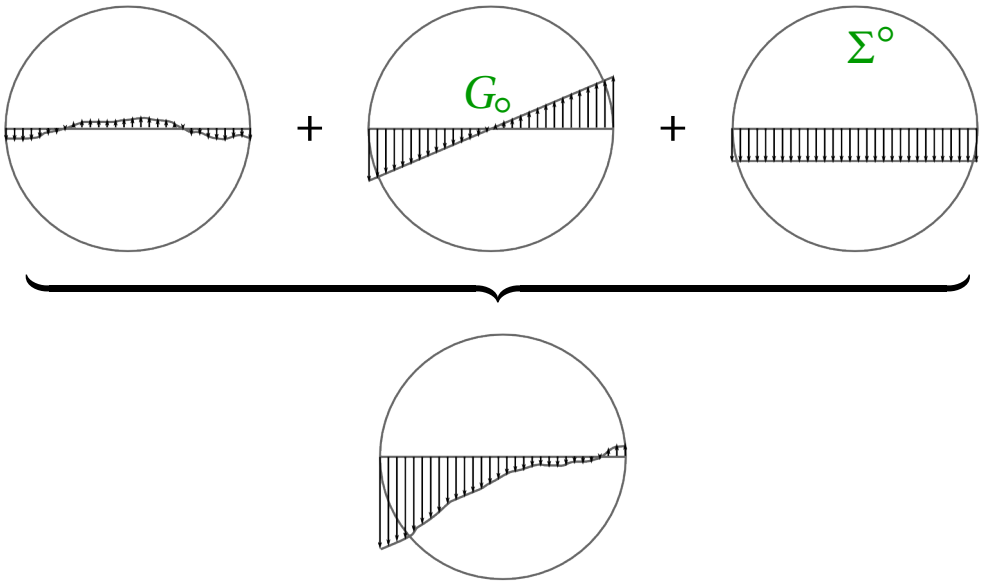
$$\int_\Sigma \mathrm{d}\overrightarrow{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}^\star_\circ} + \int_\Sigma \mathrm{d}\overrightarrow{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}^\star_\circ} + \int_\Sigma \mathrm{d}\overrightarrow{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}_\circ} + \int_\Sigma \mathrm{d}\overrightarrow{F}_{\Sigma \to M/\mathscr{R}} + \int_\Sigma \mathrm{d}\overrightarrow{F}_{\overline{\Sigma}_\circ \to M/\mathscr{R}} = m\overrightarrow{\Gamma}_{G/\mathscr{R}^\star_\circ}$$



"champs massiques" $\overrightarrow{f}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M}$

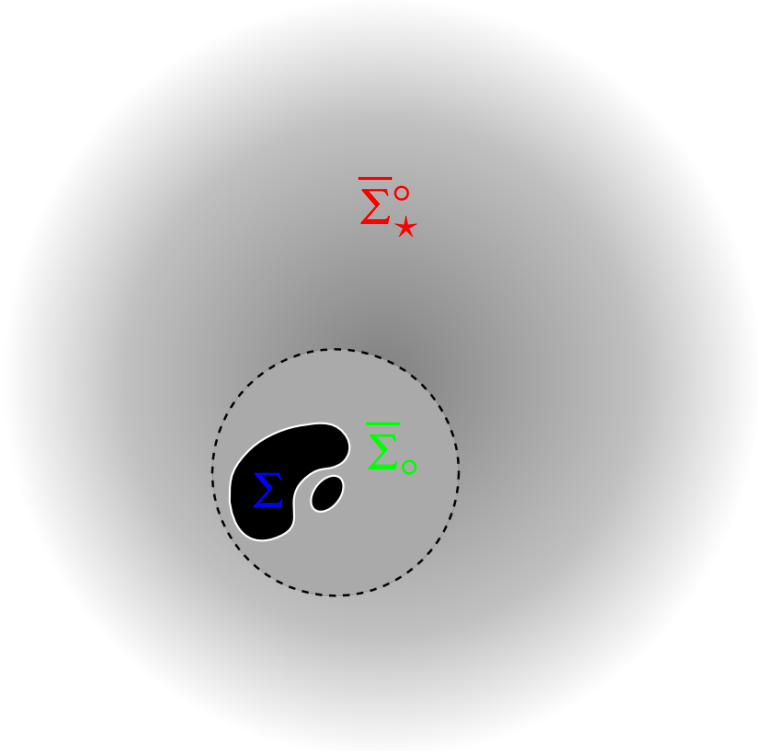
Récapitulatif

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}^\star_\circ} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}^\star_\circ} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}_\circ} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma \to M/\mathscr{R}} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\circ \to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}^\star_\circ}$$



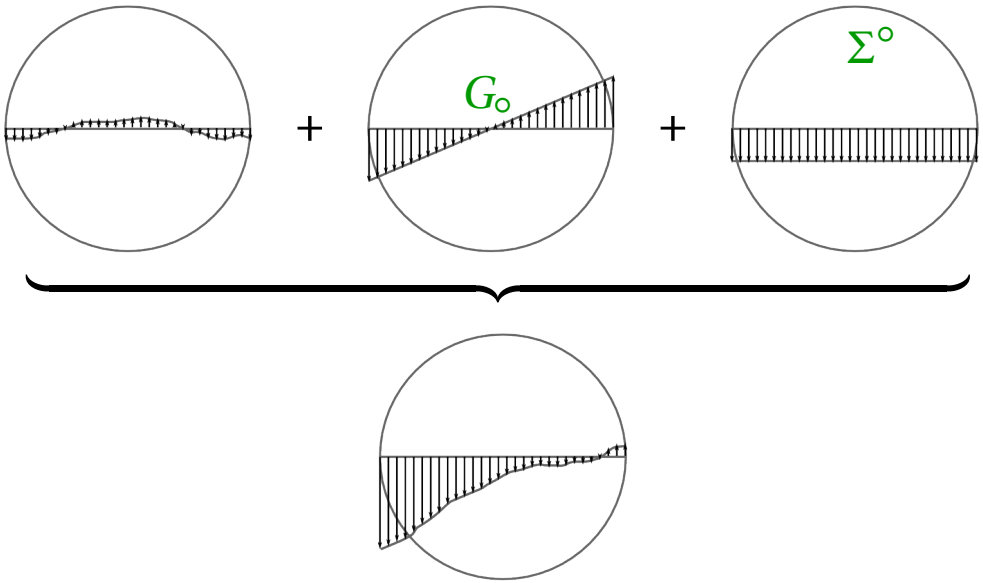
"champs massiques" $\vec{f}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M}$

Choix du Monde



Récapitulatif

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}^\star_\circ} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}^\star_\circ} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M/\mathscr{R}_\circ} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma \to M/\mathscr{R}} + \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\circ \to M/\mathscr{R}} = m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}^\star_\circ}$$

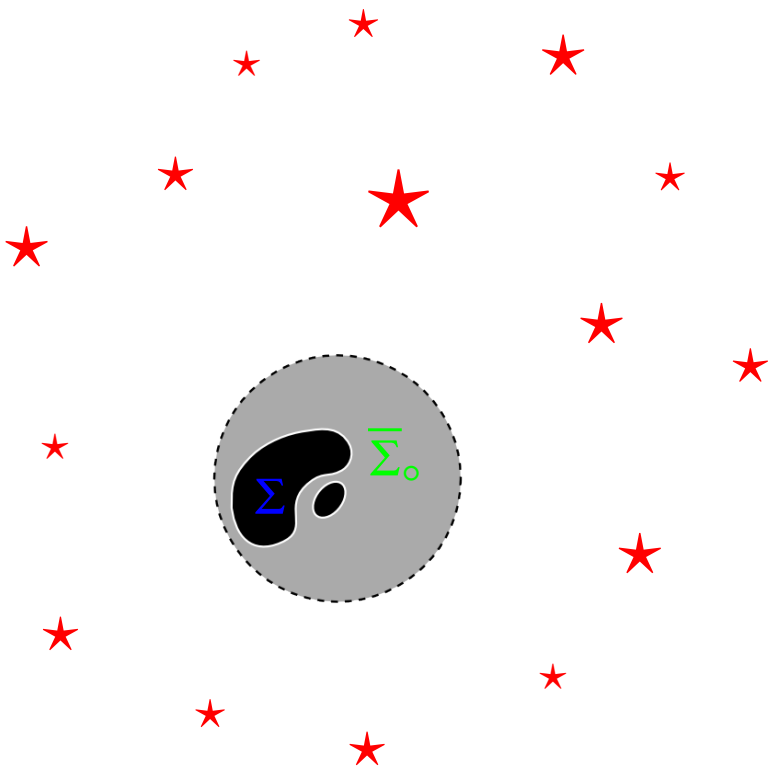


"champs massiques" $\vec{f}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M}$

Choix du Monde

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}^\circ_\star \to M} \ll \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\circ \to M}$$

$$\Rightarrow \quad \int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\circ \to M} \approx m\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}^\star_\circ}$$



Le PFD

Rappel : *postulat 3* (RFD) $\int_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star \to M/\mathscr{R}} = \vec{F}_{\Sigma^\star \to \Sigma/\mathscr{R}} = m\,\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} = \int_{\Sigma} \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m \quad \forall \mathscr{R}$

Le PFD

Rappel : *postulat 3* (RFD) $\displaystyle\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star\to M/\mathscr{R}} = \vec{F}_{\Sigma^\star\to\Sigma/\mathscr{R}} = m\,\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} = \int_\Sigma \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m \quad \forall\mathscr{R}$

$\Leftrightarrow$ Axiome 3 : *Principe fondamental de la dynamique*

Loi I — *Pour tout système fermé Σ de masse m et centre de masse G, il est possible de trouver un Monde Σ° fermé ($\Sigma \subsetneq \Sigma^\circ$) et une classe de référentiels barycentriques $\mathscr{R}^\star_\circ$, dits inertiels, associée et dans laquelle les interactions avec le reste $\overline{\Sigma}^\circ_\star$ de l'Univers seraient quasiment inobservables, et pratiquement négligeables devant les autres forces en présence.*

Loi II — *Dans tout référentiel $\mathscr{R}^{\mathrm{g}}$, dit galiléen et se déduisant d'un référentiel barycentrique $\mathscr{R}^\star_\circ$ par translation rectiligne uniforme, on a :*

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\circ\to M} = \boxed{\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\circ\to\Sigma} \approx m\,\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}^{\mathrm{g}}}} = \int_\Sigma \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{V}_{M/\mathscr{R}^{\mathrm{g}}}\,\mathrm{d}m \qquad \boxed{\text{dans } \mathscr{R}^{\mathrm{g}}}$$

Le PFD

Rappel : *postulat 3* (RFD) $\displaystyle\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\Sigma^\star\to M/\mathscr{R}} = \vec{F}_{\Sigma^\star\to\Sigma/\mathscr{R}} = m\,\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}} = \int_\Sigma \vec{\Gamma}_{M/\mathscr{R}}\,\mathrm{d}m \quad \forall\mathscr{R}$

$\Leftrightarrow$ Axiome 3 : *Principe fondamental de la dynamique*

Loi I — *Pour tout système fermé Σ de masse m et centre de masse G, il est possible de trouver un Monde Σ° fermé ($\Sigma \subsetneq \Sigma^\circ$) et une classe de référentiels barycentriques $\mathscr{R}^\star_\circ$, dits inertiels, associée et dans laquelle les interactions avec le reste $\overline{\Sigma}^\circ_\star$ de l'Univers seraient quasiment inobservables, et pratiquement négligeables devant les autres forces en présence.*

Loi II — *Dans tout référentiel $\mathscr{R}^\mathrm{g}$, dit galiléen et se déduisant d'un référentiel barycentrique $\mathscr{R}^\star_\circ$ par translation rectiligne uniforme, on a :*

$$\int_\Sigma \mathrm{d}\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\circ\to M} = \boxed{\vec{F}_{\overline{\Sigma}_\circ\to\Sigma} \approx m\,\vec{\Gamma}_{G/\mathscr{R}^\mathrm{g}}} = \int_\Sigma \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{V}_{M/\mathscr{R}^\mathrm{g}}\,\mathrm{d}m \qquad \boxed{\text{dans } \mathscr{R}^\mathrm{g}}$$

Loi III — *Indifférence matérielle : les forces intérieures au Monde Σ° sont objectives.*
(Nécessaire pour remonter au *postulat 3*.)

Conclusion : *on ne change rien !*

Cependant...

Conclusion : *on ne change rien !*

Cependant...

La **prise en compte de l'ensemble de l'Univers** devrait avoir permis de :

- préciser comment choisir un *Monde* pour un problème donné,
  et donc les *forces* à prendre en compte ;
- régler la question de l'*« espace absolu »*,
- et expliquer les *forces* dites *d'inertie*.

Conclusion : *on ne change rien !*

Cependant...

La **prise en compte de l'ensemble de l'Univers** devrait avoir permis de :

- préciser comment choisir un *Monde* pour un problème donné, et donc les *forces* à prendre en compte ;
- régler la question de l'*« espace absolu »*,
- et expliquer les *forces* dites *d'inertie*.

La **RFD** sous sa forme habituelle *dans un référentiel* dit *inertiel*, résulte donc d'une *stratégie* visant à éliminer les contributions des forces du reste de l'Univers, inconnues et *inaccessibles*.

Sous sa forme générale, elle apparaît comme une *équation d'équilibre* avec d'un côté les forces à prendre en compte (ou une partie pour celles dues au reste de l'Univers) et de l'autre leur manifestation cinématique.

Conclusion : *on ne change rien !*

Cependant...

La **prise en compte de l'ensemble de l'Univers** devrait avoir permis de :

- préciser comment choisir un *Monde* pour un problème donné, et donc les *forces* à prendre en compte ;
- régler la question de l'*« espace absolu »*,
- et expliquer les *forces* dites *d'inertie*.

La **RFD** sous sa forme habituelle *dans un référentiel* dit *inertiel*, résulte donc d'une *stratégie* visant à éliminer les contributions des forces du reste de l'Univers, inconnues et *inaccessibles*.

Sous sa forme générale, elle apparaît comme une *équation d'équilibre* avec d'un côté les forces à prendre en compte (ou une partie pour celles dues au reste de l'Univers) et de l'autre leur manifestation cinématique.

Dans ce travail, nous aurons pu retrouver un certain nombre de postulats classiques.

• • •

Merci!