LE LAGRANGIEN GÈOMÈTRIQUE

ou

La quatrième dimension "Métrique" en M.M .C.

P. ROUGÈE, ex L.M.T.

GÉOMÉTRIE ⇔ MILIEUX CONTINU

MATHÉMATIQUE ⇔ PHYSIQUE

« Les mathématiques sont constitutives de la Physique »

(Cohen -Tannoudji)

THÉORIE ⇔ RÉEL

MODÉLISATION

Les Idéologies constitutives du Terrain *?*

ABSTRAIT ⇔ CONCRET

« Le concret est de l'abstrait auquel on s'est habitué » (Inconnu)

L'abstrait constitutif du concret ?

BIBLIOGRAPHIE (personnelle, partielle, commentée)

1980 ***Formulation lagrangienne intrinsèque en MMC*** Journal de Mécanique Vol 19 n° 1 (Première publication sur le thème du GDR)

1988 ***La variété des formes d'un élément simple et son utilisation pour le postulat lagrangien intrinsèque du comportement*** CR Académie Sciences t 306 II (Première publication sur ma variété des métriques)

2006 ***An intrinsic Lagrangian statement of constitutive laws in large strain*** Computers and Structures 84 (Dernière publication)

? ? ***Le lagrangien géométrique*** (Sortie du gué, en préparation)

OBJECTIF : Structure mathématique modélisant un M.C.
et dans laquelle on en ferait la physique ?

BODY $\mathcal{B}$, VARIÉTÉ DIFFÉRENTIELLE,

- Qui **se place** dans l'Espace $\mathcal{E}$, **var. plate euclid.** : $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{p}(\boldsymbol{X})$,
- **Dont les divers placements $\boldsymbol{p}$ sont des cartes**
- **et dotée d'une mesure masse**

BANALITÉ à FORT POTENTIEL MATHÉMATIQUE

PUSH-PULL A L'ORDRE 0

Le push-forward $p^* = p$:

- Place le MC dans l'Espace, où on peut l'étudier
- **Vision non intrinsèque du MC dans une carte**

Ce que l'on fait en EULÉRIEN

Le pull-back $^*p = p^{-1}$:

- permet de **" voir l'Espace sur le MC "**
- plaque sur le MC une **superstructure euclidienne**, qui est une **variable d'état** du MC, ici de son **état de FORMATION**.

Ce que l'on fait en LAGRANGIEN

Fin du push-pull après avoir sauvé deux meubles :

SAUVER LES MEUBLES … ET POSER UN PROBLEME

1 - La clé de la super structure euclidienne : $\gamma = {}^*p(g)$

2 - Le tenseur des taux de déformation : $D = {}^*p(d)$

***m*? variable lagrangienne (d'état) MÉTRIQUE**

$$\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = D$$

Sans solution jusqu'à (P. Rougée -1988)

Moins mauvaise solution approchée : Log *U*

γ N'EST PAS LA SOLUTION

DES $\mathcal{B}$-FIBRÈS AU MILIEU LOCAL

Les $\mathcal{B}$-Fibrés trient les champs définis sur $\mathcal{B}$ par **types** définis par des **fibres-type.** Pour le type **vecteur** : $\boldsymbol{T\mathcal{B}}$ **:** $X\in\mathcal{B}\rightarrow U(X)\in T_X\mathcal{B}$ **,**
Fibre type **: un esp. vect.** $\boldsymbol{T}$

- L'aspect local du comportement + mécanique du 1^er^ gradiant

⇒ Il suffit (?), pour le comportement en $X\in\mathcal{B}$ d'approcher $\mathcal{B}$ par son plan tangent en X, $T_X\mathcal{B}$. C'est-à-dire :

Abandonner le MC global $\mathcal{B}$ pour le MILIEU LOCAL en X :
espace vectoriel T (= $T_X\mathcal{B}$) (+ 3-forme masse)

Exit les champs et travail en dimension finie, pour faire l'ALGÈBRE DES FIBRES TYPES (alg. tensorielle de T)

LES $\mathscr{B}$-FIBRÉS D'ORDRE 1

Le tangent T$\mathscr{B}$ (vecteurs : segment matériel, vitesse, élément de cylindre, ..)

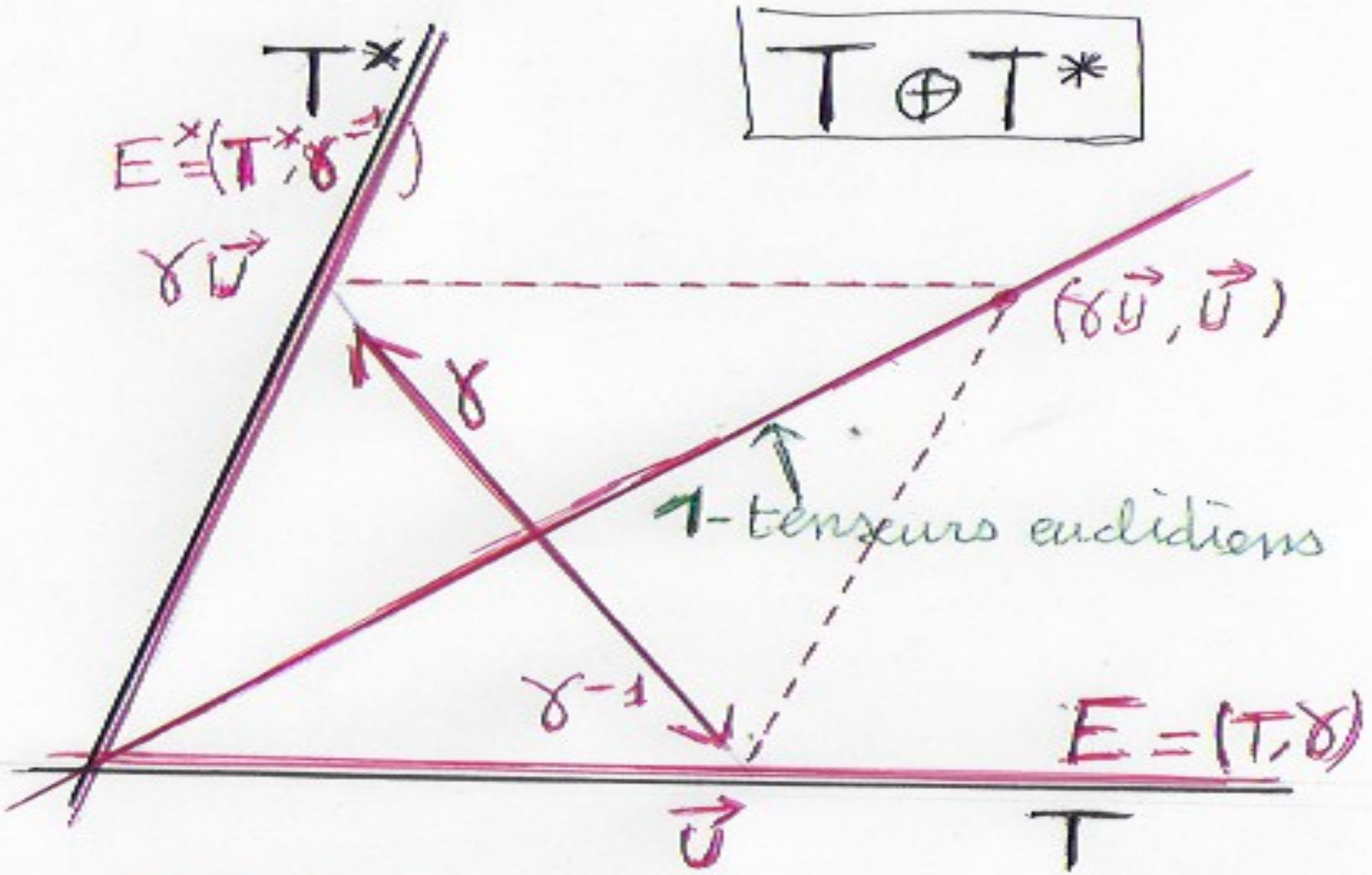
Le cotangent (direction de plan : tranche, élément de surface, ..) :

fibre type : ***T**, dual de *T***. (en X : $(T_X\mathscr{B})^*$)

Le fibré (de fibre type). $T \oplus T^*$ (dim 6) **réunit**

tout ce qui peut s'appeler "tenseur d'ordre 1"

(⊕ permet l' IDENTIFICATION PAR LE GRAPHE)



IDENTIFICATION PAR LE GRAPHE

LES FIBRÉS D'ORDRE 2

(Oublier le mot fibré et se concentrer sur la tensorialité)

- **Fibré** (de fibre type) $L_S(T\,;T^*) \cong (T^*\otimes T^*)_S$ (dim 6)
- **qui contient Met($\mathcal{B}$)** Fibre type : $\Gamma = L_S^{+}(T\,;T^*)$

(domaine de variation de γ, mais pas variété des métriques)

- **et qui est contenu dans. $\subset$ …. $\subset$ dans le fibré**

$\boxed{F_{BI} := (T^*\otimes T^*) \oplus (T\otimes T)}$ (18) **(où se trouvera aussi la solution *m*)**

- **lequel réuni avec** $F_{MI} := (T^*\otimes T) \oplus (T\otimes T^*)$ (18) ,
- **constitue le fibré** $\boxed{F_C := L(T\oplus T^*) \quad (36)}$

qui réunit tout ce qui peut s'appeler tenseur d'ordre 2

SOLUTION (P. Rougée -1988)

m **? variable lagrangienne** $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = D = D_{BI}$

La solution est une variable *m* de domaine de variation une

VARIÉTÉ COURBE RIEMANIENNE

M (6) $\subset (T^* \otimes T^*)_S \oplus (T \otimes T)_S$ (12) $\subset F_{BI}$

Solution : $m = (1/2\gamma, -1/2\ \gamma^{-1}) = (x,y)$

Équation de *M* : $yx = -1/4\ 1_T$

" HYPERBOLE "

$\mathcal{B}$-fibré "NON VECTORIEL"
pour traiter du "non-linéaire géométrique"

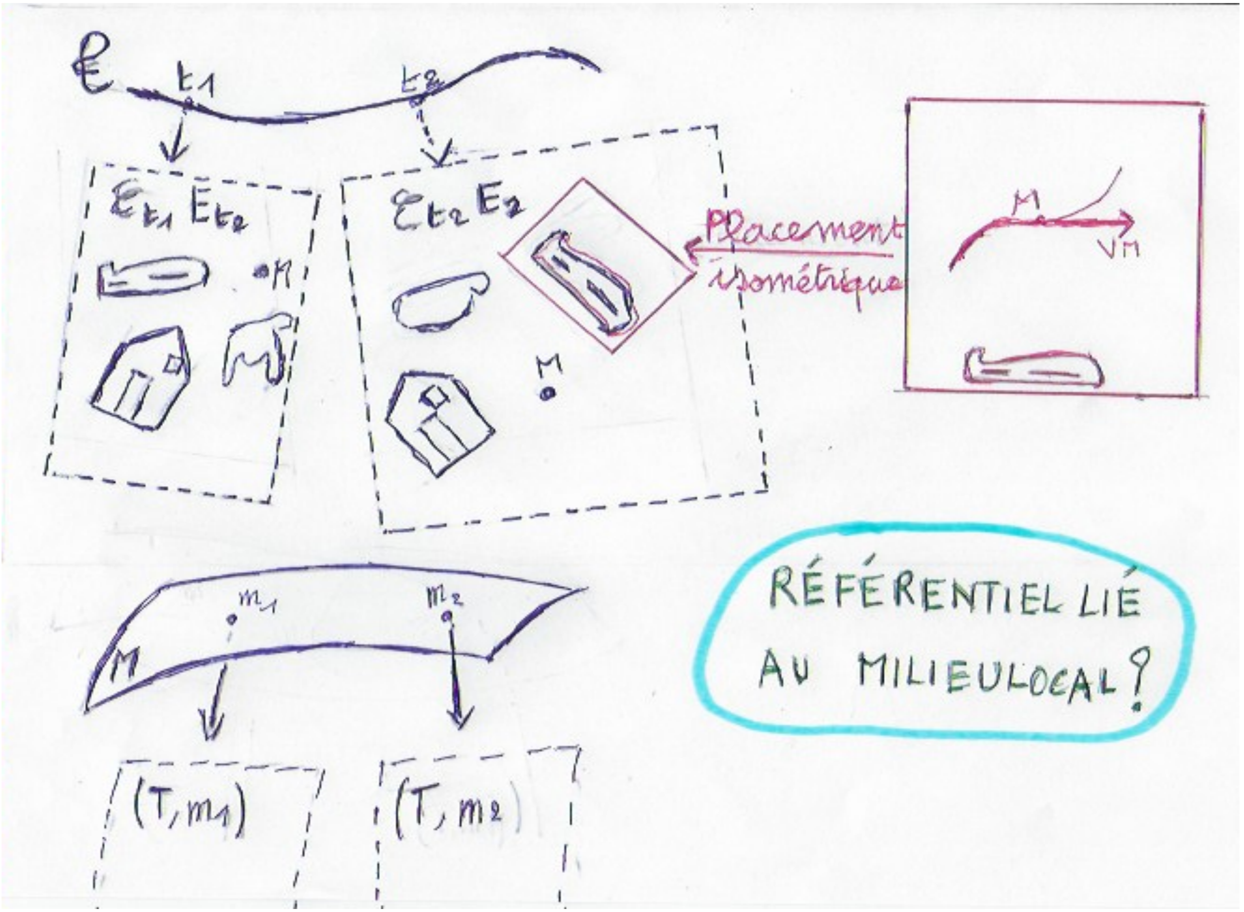
Met ($\mathcal{B}$), NON RIEMANIENNE, n'est qu'une des deux cartes fondatrices de la géométrie riemanniene de M

En eulérien : $p^*(m) = (1/2g\ , -12\ g^{-1})$

$p^*(M)$ est un singleton

SORTIR DU GUÉ : post 2006, non publié

A - QUATRIÈME DIMENSION (Processus)



ESPACE - TEMPS

$\mathbf{E_t = f(\mathit{t})}$

ESPACE - MÉTRIQUE

$\mathbf{E_{\mathit{m}} = f(\mathit{m})}$

$\mathbf{E_{\mathit{m}} := (T,\mathit{m})}$

DANS L'ESPACE-TEMPS

Une vitesse par référentiel : les RIGIDES, qui trivialisent totalement l'Espace-Temps + 2 LIES AU MILIEU LOCAL EN *X*

1 - le "MOU", MATÉRIEL mais NON RIGIDE qui ne trivialise que la sous-structure affine de l'Espace -Temps (vitesse δ/d*t*)

2 - le COROTIONEL, RIGIDE mais NON MATÉRIEl (ersatz: Ω_r Ω_0) (vitesse ∇/d*t*).

⇒ DANS L'ESPACE-MÉTRIQUE

- Deux lois de dérivation δ et ∇ dans le Body $\mathcal{B}$, la seconde étant COVARIANTE

- Et le CRISTOFFEL associé (entrainement entre MOU et COROT)

B - TERMINER L'EXPLORATION DES 2-TENSEURS …

- **Les 1-tenseurs :** $T \oplus T^*$ (6=3+3)
- **Les 2-tenseurs :**

$$\mathrm{F}_{\mathrm{C}} := \mathrm{L}(T \oplus T^*) \quad (36=6\mathrm{x}6) \quad = \mathrm{F}_{\mathrm{BI}} \cup \mathrm{F}_{\mathrm{MI}} \quad (18+18)$$

(quid de D_{MI} ?)

… ET AUSSi de $\mathrm{GL}(T \oplus T^*)$

$\mathrm{GF}_{\mathrm{MI}} \subset \mathrm{GL}(T \oplus T^*)$ est le groupe des transformations de F_{BI}

Donc de $M \subset \mathrm{F}_{\mathrm{BI}}$ (DÉFORMATIONS)

. $\boldsymbol{m} = \boldsymbol{f}\,\boldsymbol{t}$ $\boldsymbol{f}$: forme (BI,5) $\boldsymbol{t}$: taille (MI,1)

($\boldsymbol{F} = J^{1/3}\,\boldsymbol{\Phi}$, *déviatorique et sphérique*)

. $\boldsymbol{m}^{-1}\mathrm{d}\boldsymbol{m}$ déformation RELATIVE infinitésimale

(= d (Log$\boldsymbol{m}$)??? - Courbure de $\boldsymbol{M}$ - LIE - Intégration de formes différentielles - Déformation cumulée

. $\boldsymbol{m}_1{}^{-1}\boldsymbol{m}_2$ quotient de deux métriques (grandes déformat.ions)

(et les groupes de transformations de $\boldsymbol{M}$???)

CONCLUSION
ou ligne de conduite suivie

1 - PHYSIQUE MODÉLIDÉE ou plutôt postulée ?

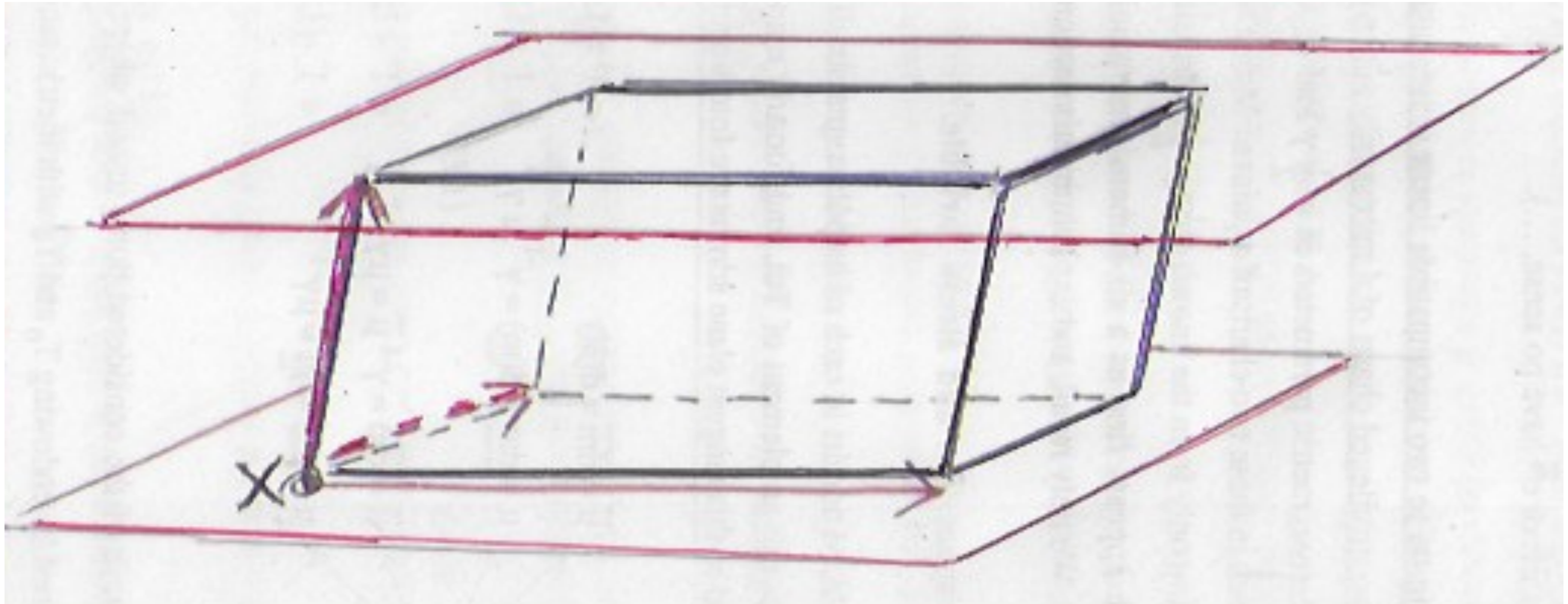
SEULEMENT la régularité C^n du temps, de la matière

et de sa masse

2 - VARIANTS dont il faudra se prémunir par une loi ou un Principe de variance ?

NÉANT : ni système d'unités , ni référentiel extérieur, ni base

ELEMENT DE VOLUME



ET BASES DUALES