

Sous la co-tutelle de :

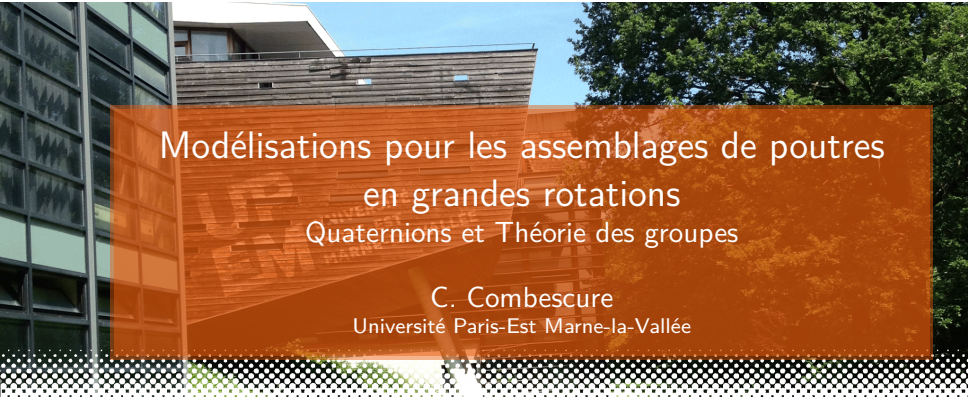
CNRS

UPEC • UNIVERSITÉ PARIS-EST CRÉTEIL

UPEM • UNIVERSITÉ PARIS-EST MARNE-LA-VALLÉE

Renc. GDR GDM

13 Nov. 2019

The background of the slide is a photograph of a modern building with a wooden facade and large glass windows. The building is partially obscured by a large, semi-transparent orange rectangle that contains the title and author information. The sky is blue, and there are green trees to the right of the building.

Modélisations pour les assemblages de poutres en grandes rotations

Quaternions et Théorie des groupes

C. Combescure

Université Paris-Est Marne-la-Vallée

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Résultats

Conclusions

Questions

1. Contexte

- Flambement d'assemblages de poutres
- Etude Bibliographique

2. Notre étude

- Notre formulation
- Notre application

3. Résultats

- Méthode de résolution
- Tripode isotrope
- Tripode règle

4. Conclusions

5. Questions

C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Notre étude

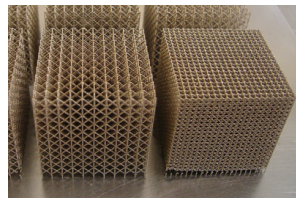
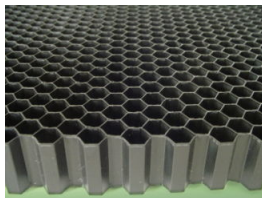
Résultats

Conclusions

Questions

Assemblages de poutres

↔ jonctions parfaites entre barres ($\neq$ articulations)



C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Notre étude

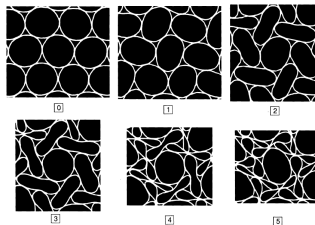
Résultats

Conclusions

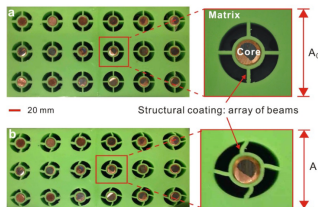
Questions

Flambement d'assemblages de poutres

↪ comportement post-bifurqué $\Rightarrow$ grandes rotations



[Papka & Kyriakides 1999]



[Wang et al. 2014]

C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Notre étude

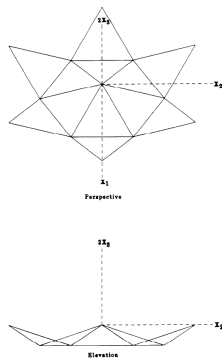
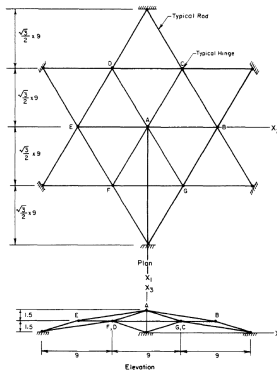
Résultats

Conclusions

Questions

Flambement d'assemblages de poutres

→ comportement post-bifurqué $\Rightarrow$ grandes rotations



[Healey 1988]

C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures

Grandes rotations en 3D

Théorème d'importance

Notre étude

Résultats

Conclusions

Questions

Etude Bibliographique

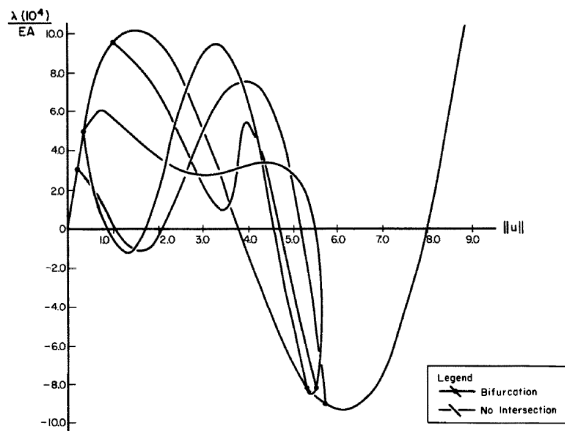
Etude des instabilités de structures
[Healey 1988]

Fig. 2. Computed solution set.

C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures

Grandes rotations en 3D

Théorème d'importance

Notre étude

Résultats

Conclusions

Questions

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures

[Healey 1988]

- Utilisation de la théorie des groupes pour classifier les modes bifurqués possibles
- Jonctions articulées entre barres pour comportement sans flexion
- Nombre de degrés de liberté limité
- ▶ Représentation simpliste des jonctions
- ▶ Peu d'informations sur le modèle éléments finis (grandes rotations?)

C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures

Grandes rotations en 3D

Théorème d'importance

Notre étude

Résultats

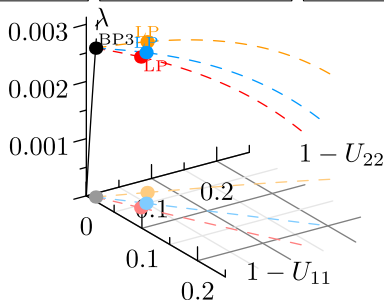
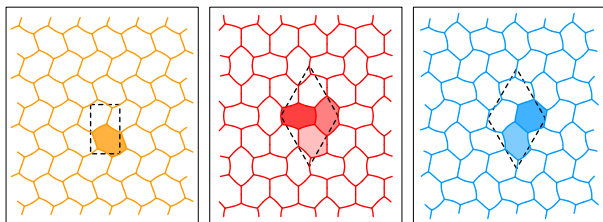
Conclusions

Questions

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures

[Combescure et al. 2016, 2017]



C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures

Grandes rotations en 3D

Théorème d'importance

Notre étude

Résultats

Conclusions

Questions

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures
[Combescure et al. 2016, 2017]

- Utilisation de la théorie des groupes pour calculer les comportements post-bifurqué
- Jonctions articulées entre barres
- Calcul numérique par éléments finis
- ▶ Cadre structures périodiques
- ▶ Pour l'instant 2D... éléments finis grandes rotations 3D ?

C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures

Grandes rotations en 3D

Théorème d'importance

Notre étude

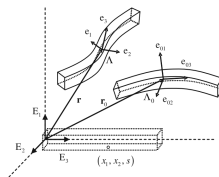
Résultats

Conclusions

Questions

Etude Bibliographique

Grandes rotations en 3D



[Zhong et al. 2014]

Rotations $\in SO(3) \neq$ espace linéaire $\hookrightarrow$ algorithmes itératifs défaillants

[Simo & Vu-Quoc 1986] FE multiplicative updating procedure



[Zupan & Saje 2009] FE shape functions interpolations for rotations are additive!!

C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures

Grandes rotations en 3D

Théorème d'importance

Notre étude

Résultats

Conclusions

Questions

Etude Bibliographique

Grandes rotations en 3D

[Spring 1986]

	Matrice Rotation	Paramètres d'Euler	Angles d'Euler	Paramètres de Rodrigues
Expression	$\mathbf{Q}$	$\hat{\mathbf{q}} = \begin{Bmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \mathbf{n} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} \mathbf{s} \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \psi \\ \theta \\ \phi \end{Bmatrix}$	$\mathbf{r} = \mathbf{n} \tan \frac{\theta}{2}$
Param	9	4	3	3
Contrainte	$\delta_{ij} = Q_{ji} Q_{ij}$	$ \hat{\mathbf{q}} = 1$	aucune	aucune

- Matrice de Rotation : 9 paramètres dont seulement 3 indépendants
- Paramètres d'Euler : $+\hat{\mathbf{q}}$ et $-\hat{\mathbf{q}}$ représentent la même rotation
- Angles d'Euler : dépendent du repère, indétermination quand $\theta = 0, \pm\pi$
- Paramètres de Rodrigues : indétermination vecteur $\mathbf{r}$ quand $\theta = \pm\pi$

C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures

Grandes rotations en 3D

Théorème d'importance

Notre étude

Résultats

Conclusions

Questions

Etude Bibliographique

Grandes rotations en 3D

[Spring 1986]

	Matrice Rotation	Paramètres d'Euler	Angles d'Euler	Paramètres de Rodrigues
Expression	$\mathbf{Q}$	$\hat{\mathbf{q}} = \begin{Bmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \mathbf{n} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} \mathbf{s} \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \psi \\ \theta \\ \phi \end{Bmatrix}$	$\mathbf{r} = \mathbf{n} \tan \frac{\theta}{2}$
Param	9	4	3	3
Contrainte	$\delta_{ij} = Q_{ji} Q_{ij}$	$ \hat{\mathbf{q}} = 1$	aucune	aucune

- ▶ Matrice de Rotation : 9 paramètres dont seulement 3 indépendants

- Paramètres d'Euler : $+\hat{\mathbf{q}}$ et $-\hat{\mathbf{q}}$ représentent la même rotation

- ▶ Angles d'Euler : dépendent du repère, indétermination quand $\theta = 0, \pm\pi$
- ▶ Paramètres de Rodrigues : indétermination vecteur $\mathbf{r}$ quand $\theta = \pm\pi$

C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures

Grandes rotations en 3D

Théorème d'importance

Notre étude

Résultats

Conclusions

Questions

Etude Bibliographique

Grandes rotations en 3D

[Spring 1986, Coxeter 1946]

Paramètres d'Euler = quaternions unitaires

- Pas de restriction sur le domaine d'utilisation
- Algèbre des quaternions bien connue
- Permettent de représenter réflexions et rotations
- ▶ Contrainte norme unitaire souvent pénible à imposer...
 - ↪ espace non-linéaire : applications à valeurs dans la sphère unitaire de $\mathbb{R}^3$

C. Combescure

Contexte

Flambement Assemblages

Etude Bibliographique

Etude des instabilités de structures

Grandes rotations en 3D

Théorème d'importance

Notre étude

Résultats

Conclusions

Questions

Etude Bibliographique

Théorème d'importance

[Doedel 2000, Healey & Mehta 2004]

Soit le système d'équations différentielles :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

où $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n$ régulière

Soit une fonction différentiable $E : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$
satisfaisant la conservation :

$$E(\mathbf{x}) = cst \quad \forall \mathbf{x} \text{ solution de (1)} \quad (2)$$

Considérant le système augmenté

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mu \nabla E(\mathbf{x}), \quad a < t < b \quad (3)$$

Où $\mu \in \mathbb{R}$ paramètre libre

Toute solution de (3) satisfaisant
 $E(\mathbf{x}(a)) = E(\mathbf{x}(b))$ est aussi solution de (1) et (2).

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Notre formulation

Notre application

Résultats

Conclusions

Questions

Notre Etude

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Notre formulation

Notre application

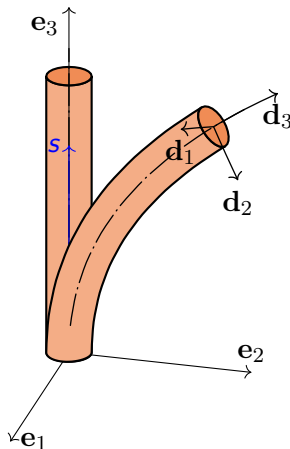
Résultats

Conclusions

Questions

Notre étude

Notre formulation [Healey & Mehta 2004]



Configuration déformée définie de manière unique par :

- Vecteur position $\mathbf{r}(s)$
- Rotation section droite $\mathbf{R}(s)$

Vecteurs directeurs (Cosserat):

$$\mathbf{d}_i(s) = \mathbf{R}(s)\mathbf{e}_i, \quad i = 1, 2, 3$$

C. Combescure

Contexte

Notre étude

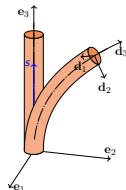
Notre formulation

Notre application

Résultats

Conclusions

Questions



Notre étude

Notre formulation

[Healey & Mehta 2004]

Vecteurs directeurs (Cosserat):

$$\mathbf{d}_i(s) = \mathbf{R}(s)\mathbf{e}_i, \quad i = 1, 2, 3$$

$$\hookrightarrow \mathbf{d}'_i = \mathbf{R}'\mathbf{R}^T\mathbf{d}_i = \mathbf{K}\mathbf{d}_i = \boldsymbol{\kappa} \times \mathbf{d}_i$$

Déformations ν_i, κ_i :

$$\mathbf{r}' = \nu_i \mathbf{d}_i \text{ et } \boldsymbol{\kappa} = \kappa_i \mathbf{d}_i$$

Forces et moments internes :

$$\mathbf{n} = n_i \mathbf{d}_i \text{ et } \mathbf{m} = m_i \mathbf{d}_i$$

Equilibre :

$$\mathbf{n}' + \mathbf{b} = \mathbf{0} \text{ et } \mathbf{m}' + \mathbf{r}' \times \mathbf{n} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$$

Comportement :

$$\nu_i = \frac{\partial \Gamma}{\partial n_i} \text{ et } \kappa_i = \frac{\partial \Gamma}{\partial m_i}$$

Où Γ énergie complémentaire

C. Combescure

Contexte

Notre étude

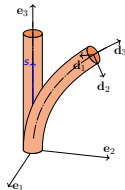
Notre formulation

Notre application

Résultats

Conclusions

Questions



Notre étude

Notre formulation

[Healey & Mehta 2004]

Vecteurs directeurs (Cosserat):

$$\mathbf{d}_i(s) = \mathbf{R}(s)\mathbf{e}_i, \quad i = 1, 2, 3$$

$$\hookrightarrow \mathbf{d}_i' = \mathbf{R}'\mathbf{R}^T \mathbf{d}_i = \mathbf{K}\mathbf{d}_i = \boldsymbol{\kappa} \times \mathbf{d}_i$$

Déformations ν_i, κ_i :

$$\mathbf{r}' = \nu_i \mathbf{d}_i \text{ et } \boldsymbol{\kappa} = \kappa_i \mathbf{d}_i$$

Forces et moments internes :

$$\mathbf{n} = n_i \mathbf{d}_i \text{ et } \mathbf{m} = m_i \mathbf{d}_i$$

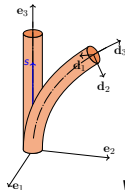
Equilibre :

$$\mathbf{n}' + \mathbf{b} = \mathbf{0} \text{ et } \mathbf{m}' + \mathbf{r}' \times \mathbf{n} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$$

Comportement :

$$\nu_i = \frac{\partial \Gamma}{\partial n_i} \text{ et } \kappa_i = \frac{\partial \Gamma}{\partial m_i}$$

Où Γ énergie complémentaire



Notre étude

Notre formulation

[Healey & Mehta 2004]

$$\underline{v} = \{\nu_1, \nu_2, \nu_3\} \text{ et } \underline{k} = \{\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3\}$$

$$\underline{n} = \{n_1, n_2, n_3\} \text{ et } \underline{m} = \{m_1, m_2, m_3\}$$

Equilibre dans le repère déplacé $\{\underline{d}_1, \underline{d}_2, \underline{d}_3\}$:

$$\underline{n}' + \underline{k} \times \underline{n} + \underline{b} = \underline{0} \text{ et } \underline{m}' + \underline{k} \times \underline{m} + \underline{v} \times \underline{n} + \underline{c} = \underline{0}$$

Déformations dans le repère fixe $\{\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3\}$:

$$\underline{r}' = \underline{R} \underline{v} \text{ et } \underline{R}' = \underline{R} \underline{k}$$

+ quaternions [Darboux 1872]

$$\underline{r}' = \underline{R}(\hat{q}) \underline{v} \text{ et } \hat{q}' = \underline{A}(\hat{q}) \underline{k} \text{ et } \langle \hat{q}, \hat{q} \rangle = 1$$

$$\text{avec } \underline{A}(\hat{q}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix}$$

C. Combescure

Contexte

Notre étude

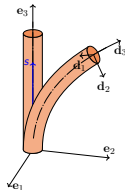
Notre formulation

Notre application

Résultats

Conclusions

Questions



Notre étude

Notre formulation

[Healey & Mehta 2004]

$$\hat{q}' = \mathbf{A}(\hat{q})\underline{k} \quad \text{et} \quad \langle \hat{q}, \hat{q} \rangle = 1$$

$$\mathbf{A}(\hat{q}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{A}^T(\hat{q})\hat{q} = 0 \quad \forall \hat{q}$$

$$\hookrightarrow (\langle \hat{q}, \hat{q} \rangle)' = 2\langle \hat{q}, \hat{q}' \rangle = 2\langle \mathbf{A}^T(\hat{q})\hat{q}, \underline{k} \rangle = 0$$

DONC $E = \langle \hat{q}, \hat{q} \rangle = 1$ est une loi de conservation de
 $\hat{q}' = \mathbf{A}(\hat{q})\underline{k}$

Théorème d'importance : toute solution de ces 2 équations est solution du système augmenté :

$$\hat{q}' = \mathbf{A}(\hat{q})\underline{k} + \mu \hat{q}$$

avec E satisfaite aux extrémités uniquement

C. Combescure

Contexte

Notre étude

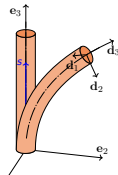
Notre formulation

Notre application

Résultats

Conclusions

Questions



Notre étude

Notre formulation
[Healey & Mehta 2004]

Résumé :

$$\underline{n}' + \underline{k} \times \underline{n} + \underline{b} = \underline{0} \quad (4)$$

$$\underline{m}' + \underline{k} \times \underline{m} + \underline{v} \times \underline{n} + \underline{c} = \underline{0} \quad (5)$$

$$\underline{r}' = \underline{R}(\hat{q}) \underline{v} \quad (6)$$

$$\hat{q}' = \underline{A}(\hat{q}) \underline{k} + \mu \hat{q} \quad (7)$$

+

Conditions Limites :

- Dirichlet : E satisfaite automatiquement
- Neumann : rajouter E en CL

C. Combescure

Contexte

Notre étude

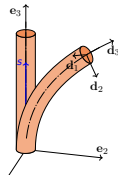
Notre formulation

Notre application

Résultats

Conclusions

Questions



Notre étude

Notre formulation
[Healey & Mehta 2004]

Résumé :

$$\underline{n}' + \underline{k} \times \underline{n} + \underline{b} = \underline{0} \quad (4)$$

$$(14) \quad \underline{m}' + \underline{k} \times \underline{m} + \underline{v} \times \underline{n} + \underline{c} = \underline{0} \quad (5)$$

$$\underline{r}' = \underline{R}(\hat{q}) \underline{v} \quad (6)$$

$$\hat{q}' = \underline{A}(\hat{q}) \underline{k} + \mu \hat{q} \quad (7)$$

+

Conditions Limites :

- Dirichlet : E satisfaite automatiquement
 - Neumann : rajouter E en CL
- (7+7)

C. Combescure

Contexte

Notre étude

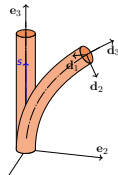
Notre formulation

Notre application

Résultats

Conclusions

Questions



Notre étude

Notre formulation
[Healey & Mehta 2004]

Inconnues statiques :

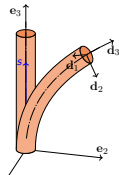
$$\underline{n}, \underline{m}$$

Inconnues cinématiques :

$$\underline{r}, \hat{q}$$

Comportement : $\underline{v} = \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial n_1}, \frac{\partial \Gamma}{\partial n_2}, \frac{\partial \Gamma}{\partial n_3} \right)$

- Inextensible : $\underline{v} = \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial n_1}, \frac{\partial \Gamma}{\partial n_2}, 1 \right)$
- Incisaillable : $\underline{v} = \left(0, 0, \frac{\partial \Gamma}{\partial n_3} \right)$



Notre étude

Notre formulation

[Healey & Mehta 2004]

Inconnues statiques :

 $\underline{n}, \underline{m}$

Inconnues cinématiques :

 $\mathbf{r}, \hat{q}$

Conditions limites aux jonctions des barres :

- exprimées dans un repère commun

Equations d'équilibre de chaque barre :

- exprimées dans leur propre repère

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Notre formulation

Notre application

Résultats

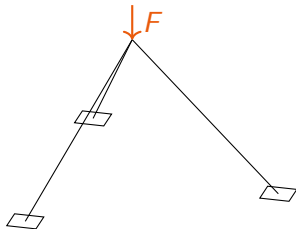
Conclusions

Questions

Notre étude

Notre application

Considérons un tripode encastré en pieds :



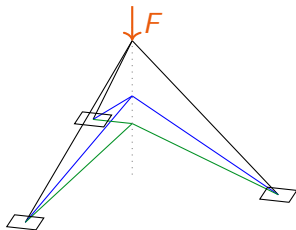
Groupe de symétrie : D_3

- rotation C_3
- miroir S_1

Notre étude

Notre application

Considérons un tripode encastré en pieds :



Réponse chemin principal : symétrie D_3 conservée

$\Rightarrow$ noeud sommet ne se déplace que verticalement

$\hookrightarrow$ projeter équations dans $D_3 \Leftrightarrow$ projeter CLs



Comment se transforment $\mathbf{r}$ et $\hat{\mathbf{q}}$ sous l'action
des éléments du groupe D_3 ?

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Notre formulation

Notre application

Résultats

Conclusions

Questions

Notre étude

Notre application



Comment se transforment $\mathbf{r}$ et $\hat{q}$ sous l'action
des éléments du groupe D_3



**Quaternions pour représenter actions
générateurs de D_3**

Rotation de $2\pi/3$ autour de $\mathbf{e}_3$:

Quaternion rotation : $\hat{p}_{\pi/3} = \{\cos \frac{\pi}{3}, \sin \frac{\pi}{3} \mathbf{e}_3\}$

$\mathbf{r} = r_i \mathbf{e}_i \equiv$ "quaternion pur" : $\hat{r} = \{0, \mathbf{r}\}$

$\hat{r} \mapsto \hat{p}_{\pi/3} \hat{r} \bar{\hat{p}}_{\pi/3} \equiv \{0, \rho\}$: rotation de $\mathbf{r}$

$\hat{q} \mapsto \hat{p}_{\pi/3} \hat{q} \bar{\hat{p}}_{\pi/3}$: rotation de $\hat{q}$

avec $\bar{\hat{p}}_{\pi/3} = \{\cos \frac{\pi}{3}, -\sin \frac{\pi}{3} \mathbf{e}_3\}$

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Notre formulation

Notre application

Résultats

Conclusions

Questions

Notre étude

Notre application



Comment se transforment $\mathbf{r}$ et $\hat{q}$ sous l'action
des éléments du groupe D_3



**Quaternions pour représenter actions
générateurs de D_3**

Miroir plan orthogonal à $\mathbf{e}_2$:

Quaternion miroir : $\hat{\mathbf{e}}_2 = \{0, \mathbf{e}_2\}$

$\mathbf{r} = r_i \mathbf{e}_i \equiv$ "quaternion pur" : $\hat{\mathbf{r}} = \{0, \mathbf{r}\}$

$\hat{\mathbf{r}} \mapsto \hat{\mathbf{e}}_2 \hat{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{e}}_2 \equiv \{0, \rho\}$: miroir de $\mathbf{r}$

$\hat{\mathbf{q}} \mapsto \hat{\mathbf{e}}_2 \hat{\mathbf{q}} \hat{\mathbf{e}}_2$: miroir de $\hat{\mathbf{q}}$

avec $\bar{\hat{\mathbf{p}}}_{\pi/3} = \{\cos \frac{\pi}{3}, -\sin \frac{\pi}{3} \mathbf{e}_3\}$

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Notre formulation

Notre application

Résultats

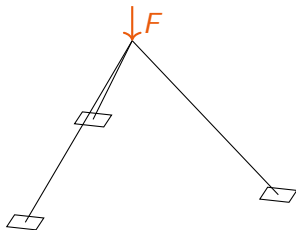
Conclusions

Questions

Notre étude

Notre application

Considérons un tripode encastré en pieds :



↪ On peut démontrer l'équivariance de l'énergie par rapport aux actions du groupe D_3 ...

... et de ses sous-groupes!

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Résultats

Méthode de résolution

Tripode isotrope

Tripode règle

Conclusions

Questions

Résultats

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Résultats

Méthode de résolution

Tripode isotrope

Tripode règle

Conclusions

Questions

Résultats

Méthode de résolution

- Solver équations différentielles ordinaires : AUTO [Doedel 1999]
- Méthode de discrétisation par collocation
- Projection des CLs dans sous-groupes de symétrie associés aux modes à observer pour bifurcations simples

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Résultats

Méthode de résolution

Tripode isotrope

Tripode règle

Conclusions

Questions

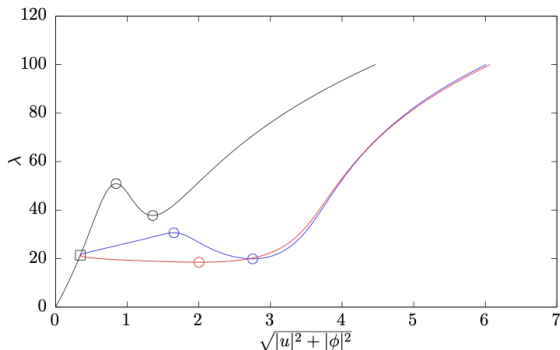
Résultats

Tripode isotrope incisaillable

Comportement :

$$\underline{\nu} = \left(0, 0, e^{\frac{n_3}{20}}\right), \quad \underline{\kappa} = (m_1, m_2, m_3)$$

Diagramme de bifurcations :



C. Combescure

Contexte

Notre étude

Résultats

Méthode de résolution

Tripode isotrope

Tripode règle

Conclusions

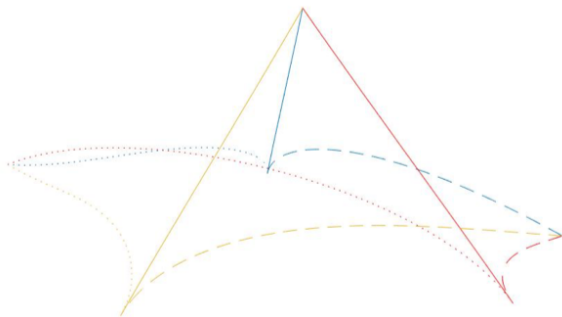
Questions

Résultats

Tripode isotrope incisaillable

Comportement :

$$\underline{\nu} = \left(0, 0, e^{\frac{n_3}{20}}\right), \quad \underline{\kappa} = (m_1, m_2, m_3)$$

1 mode bifurqué transcritique $\in D_2$:

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Résultats

Méthode de résolution

Tripode isotrope

Tripode règle

Conclusions

Questions

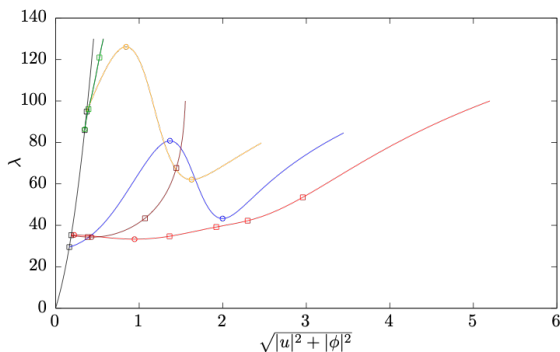
Résultats

Tripode règle incisaillable

Comportement :

$$\underline{v} = \left(0, 0, e^{\frac{n_3}{20}}\right), \quad \underline{\kappa} = \left(m_1, \frac{m_2}{10}, m_3\right)$$

Diagramme de bifurcations :



C. Combescure

Contexte

Notre étude

Résultats

Méthode de résolution

Tripode isotrope

Tripode règle

Conclusions

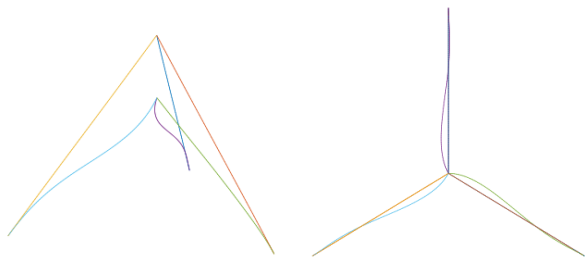
Questions

Résultats

Tripode isotrope incisaillable

Comportement :

$$\underline{v} = \left(0, 0, e^{\frac{n_3}{20}}\right), \quad \underline{\kappa} = \left(m_1, \frac{m_2}{10}, m_3\right)$$

premier mode bifurqué symétrique $\in C_3$:

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Résultats

Méthode de résolution

Tripode isotrope

Tripode règle

Conclusions

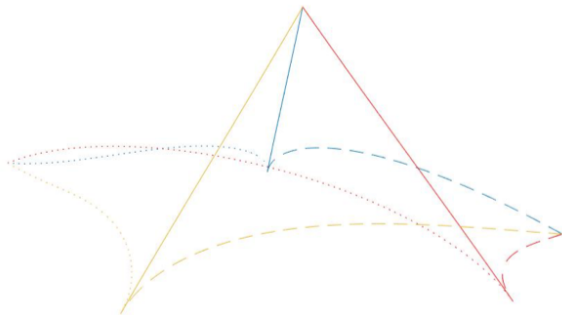
Questions

Résultats

Tripode isotrope incisaillable

Comportement :

$$\underline{\nu} = \left(0, 0, e^{\frac{n_3}{20}}\right), \quad \underline{\kappa} = \left(m_1, \frac{m_2}{10}, m_3\right)$$

second mode bifurqué transcritique $\in D_2$:

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Résultats

Méthode de résolution

Tripode isotrope

Tripode règle

Conclusions

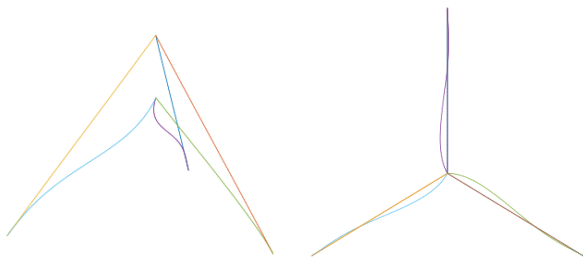
Questions

Résultats

Tripode isotrope incisaillable

Comportement :

$$\underline{v} = \left(0, 0, e^{\frac{n_3}{20}}\right), \quad \underline{\kappa} = \left(m_1, \frac{m_2}{10}, m_3\right)$$

troisième mode bifurqué symétrique $\in C_3$:

C. Combescure

Contexte

Notre étude

Résultats

Conclusions

Questions

Conclusions

- Equivariance de l'énergie prouvée avec utilisation des quaternions (rotations et réflexions)
- Pas d'éléments finis en poutres puisque que des ODE
- Formulation en force très efficace pour les cas incisaillables
- Résultats préliminaires probants : à l'attaque des dômes!



C. Combescure

Contexte

Notre étude

Résultats

Conclusions

Questions

