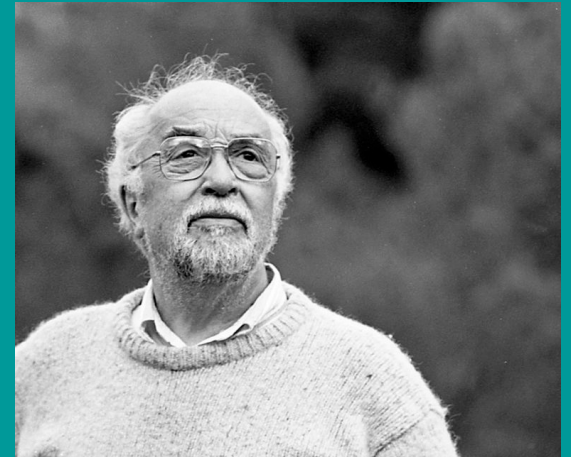


Le modèle cosmologique standard

Roland TRIAY

*Centre de Physique Théorique
Aix-Marseille Université*



Réunion thématique du GDR-GDM
ENS Paris Saclay, 23-25 novembre 2022

outline

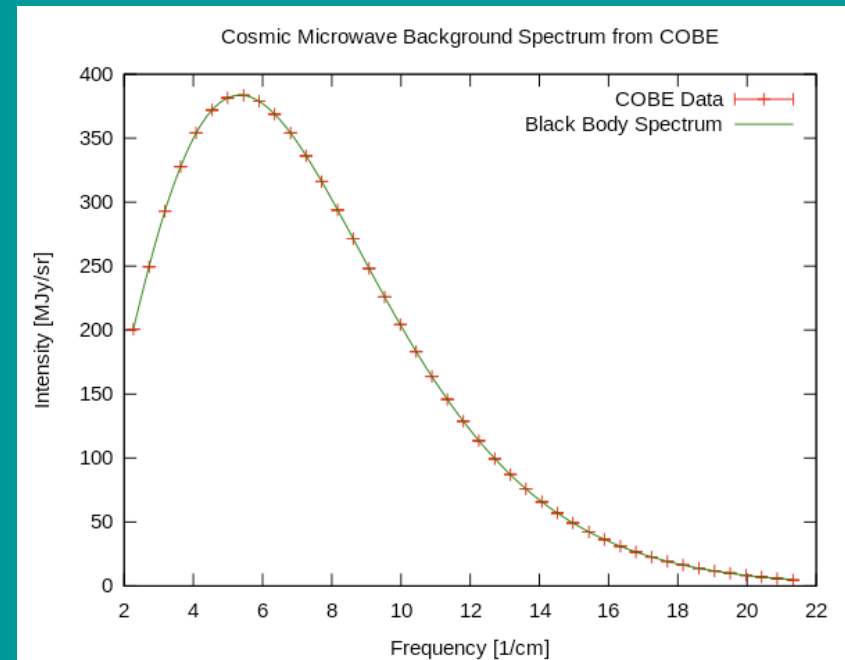
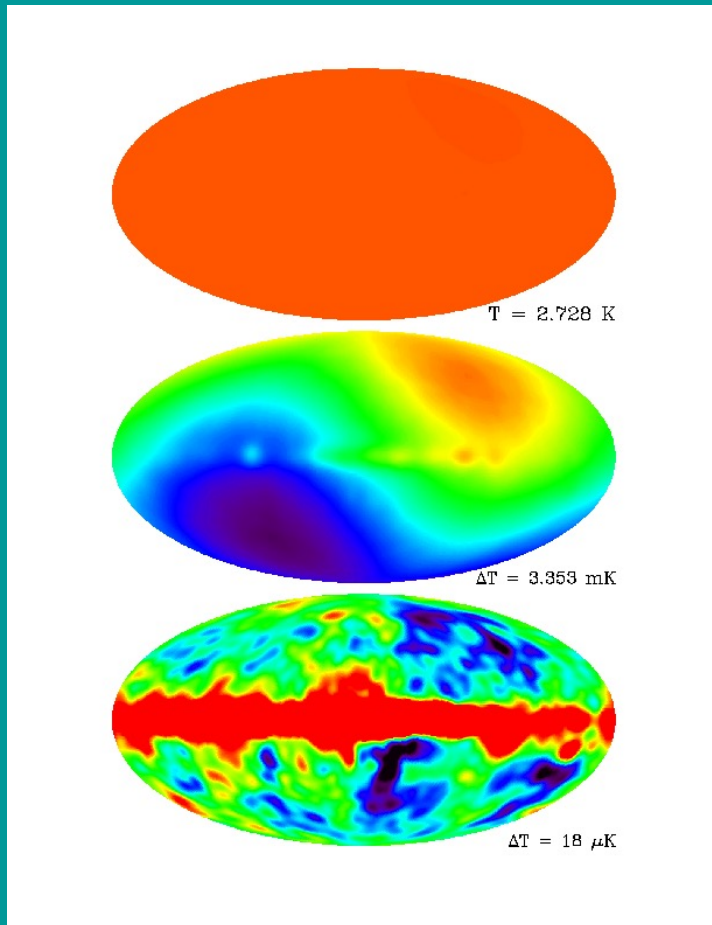
- Background
- Friedmann-Lemaître-Gamov (FLG) Model
- Determination of cosmological parameters
- The Cosmological Constant

Background

- (1944) 1957-65 : (General) Relativity (and Gravitation)
 - “*Géométrie et relativité*”, Herman, Paris 1964
- 1965-78 : GR (principles), Thermodynamics
 - “*Définition covariante des équilibre thermodynamiques. Suppl. Nuovo Cimento 1 (1966), no. 4, 203–216.*
 - “*Modèle de particule à spin dans le champ électromagnétique et gravitationnel*”. *Ann. Inst. H. Poincaré, Sec. A 20,4,315 (1974)*
 - “*Mécanique Statistique, Groupe de Lie et Cosmologie*”, *Coll. Internationaux du CNRS N° –237 Géométrie symplectique et physique mathématique (1974)*
 - “*Faut-il prendre au sérieux la constante cosmologique?*” *Journées Relativistes (Bruxelles, April 1976), pp. 215-229. Publ. Univ. Libre de Bruxelles, 1976.*

FLG Model

Cosmic Microwave Background (CMB)



The Nobel Prize in Physics

1978 Arno Penzias and Robert Wilson (1965)
2006 John C. Mather, George F. Smoot (1989)

FLG Modèl

Geometry of the temperature vector

Comment concilier cette hypothèse avec le redshift des galaxies lointaines ? Une étude géométrique précise de l'effet Doppler-Einstein responsable du redshift (voir la seconde partie de cet exposé) montre qu'il y a effectivement compatibilité, à l'unique condition suivante : le vecteur $\Theta(X)$ doit être une *transformation conforme infinitésimale de la métrique d'Univers* ; ce qui peut s'écrire sous la forme

$$\hat{\partial}_\mu \Theta_\nu + \hat{\partial}_\nu \Theta_\mu = \lambda g_{\mu\nu} \quad (47)$$

les $\hat{\partial}_\mu$ étant des dérivations covariantes, les Θ_μ les composantes du vecteur-température.

Il est remarquable que ce résultat fasse apparaître une propriété du vecteur-température lui-même (et plus précisément du groupe à 1 paramètre qu'il engendre), et non par exemple du vecteur parallèle dont la longueur serait T (au lieu de $1/T$), parfois proposé comme grandeur thermodynamique de base.

De plus, dans le cas particulier $\lambda = 0$ (qui correspondrait à un taux d'expansion nul de l'univers), on reconnaît dans (47) l'*équation de Killing* ; l'observation du rayonnement cosmologique nous suggère donc une *généralisation* de la notion précédente d'équilibre.

Chose intéressante, certaines propriétés des équilibres sont conservées : de la seule équation (47), on déduit en effet les équations

$$\hat{\partial}_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad \partial_\mu S^\mu = 0 \quad (48)$$

"Mécanique Statistique, Groupe de Lie et Cosmologie"

Réunion thématique du GDR-GDM
ENS Paris Saclay, 23-25 novembre 2022

IFLG Modell

Geometry of the temperature vector

Les univers dans lesquels on peut observer simultanément le rayonnement cosmologique du corps noir et le redshift des galaxies sont analysés géométriquement : ils possèdent un groupe à un paramètre de transformations conformes dont le générateur est le vecteur-température de Planck ; l'entropie, l'énergie et l'impulsion du rayonnement sont nécessairement conservatives.

L'introduction des équations de champ conduit à des modèles du type Robertson-Walker (sans avoir à postuler l'homogénéité ou l'isotropie spatiales) ; ces modèles se raccordent avec celui de Gamow aux débuts de l'expansion ; leur confrontation avec l'observation est brièvement discutée.

"Mécanique Statistique, Groupe de Lie et Cosmologie"

Réunion thématique du GDR-GDM
ENS Paris Saclay, 23-25 novembre 2022

IFLG Modell

Geometry of the temperature vector

$$\nu_1 ds_1 = \nu_2 ds_2$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{ds_2}{ds_1}$$

$$\frac{\nu_1}{T_1} = \frac{\nu_2}{T_2}$$

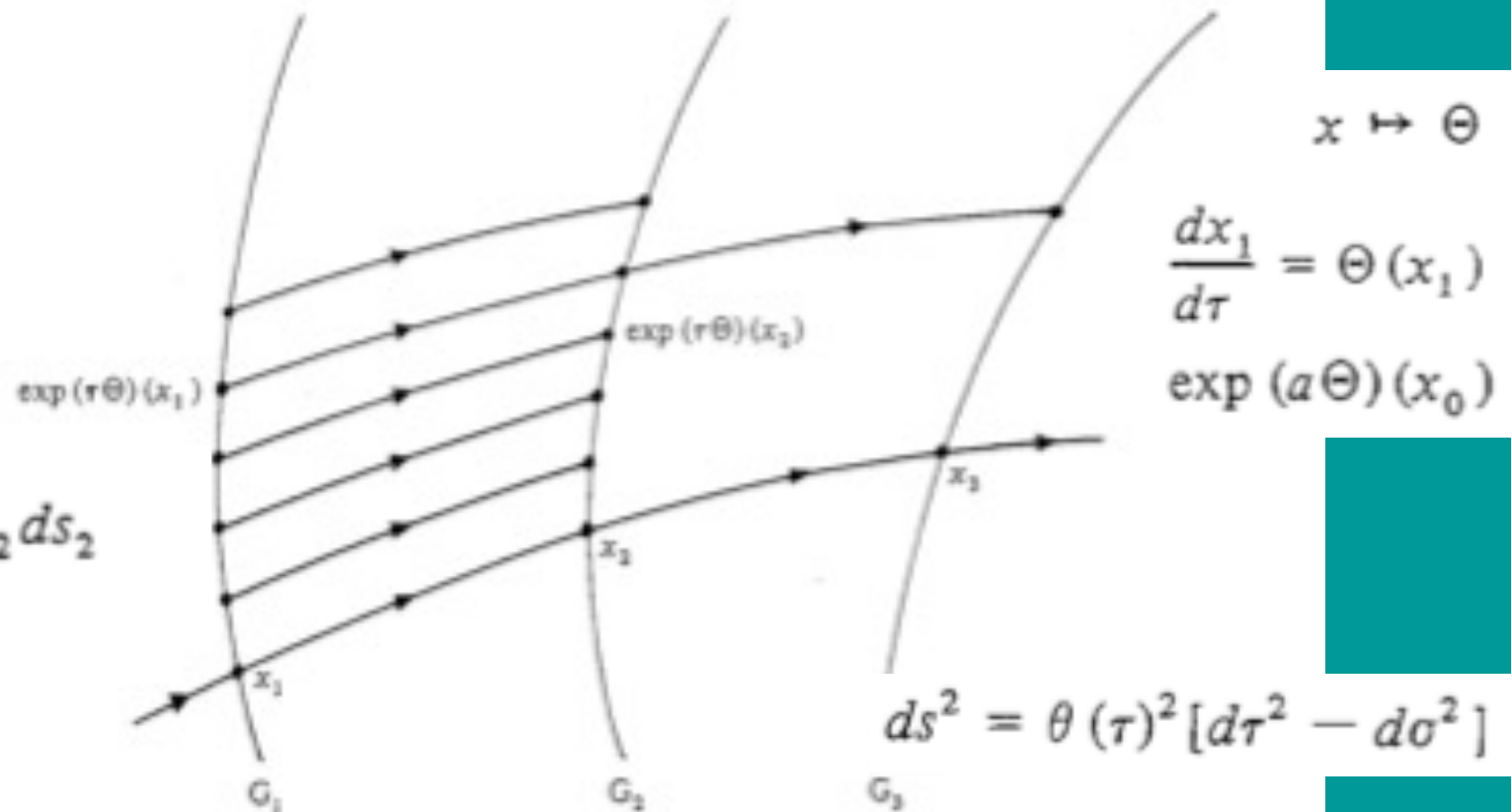
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{ds_2}{ds_1}$$

$$d\tau = kT_1 ds_1 = kT_2 ds_2$$

$$U_1 = \frac{dx_1}{ds_1}$$

$$\frac{dx_1}{d\tau} = \frac{U_1}{kT_1}$$

$$\Theta = \frac{U}{kT}$$



"Mécanique Statistique, Groupe de Lie et Cosmologie"

FLG Model

$$U^\mu/kT$$

$$T_{\mu\nu} = \frac{A}{8\Pi G\theta^4} [4U_\mu U_\nu - g_{\mu\nu}] + \frac{6B}{8\Pi G\theta^3} U_\mu U_\nu$$

$$S^\mu = \frac{4\pi^2 k^4}{45 \hbar^3} T^3 U^\mu$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\Pi G T_{\mu\nu}$$

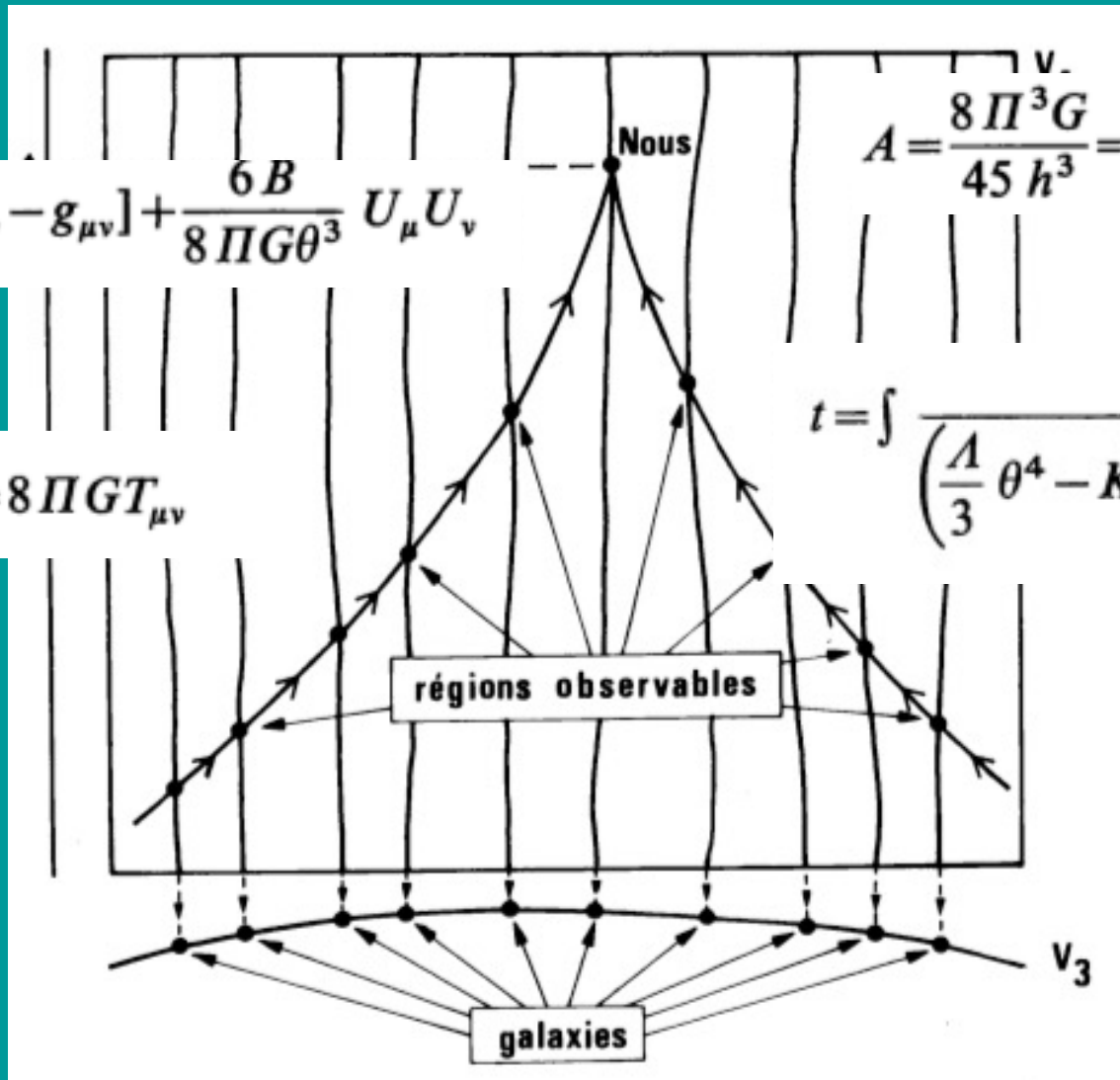
$$ds^2 = dt^2 - \theta^2 d\sigma^2$$

$$1+z = T_1/T_2$$

$$A = \frac{8\Pi^3 G}{45 \hbar^3} = 9.4 \cdot 10^{84} \text{ g}^{-4} \text{ cm}^{-2}$$

$$\rho = \frac{3B}{4\Pi G\theta^3}$$

$$t = \int \frac{\theta d\theta}{\left(\frac{A}{3}\theta^4 - K\theta^2 + 2B\theta + A\right)^{1/2}}$$



Cosmological parameters

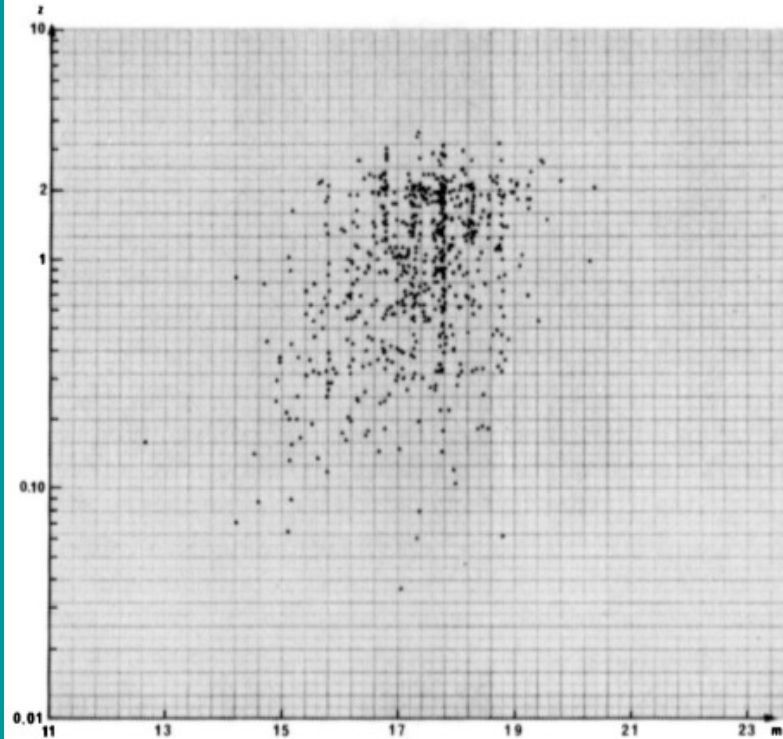


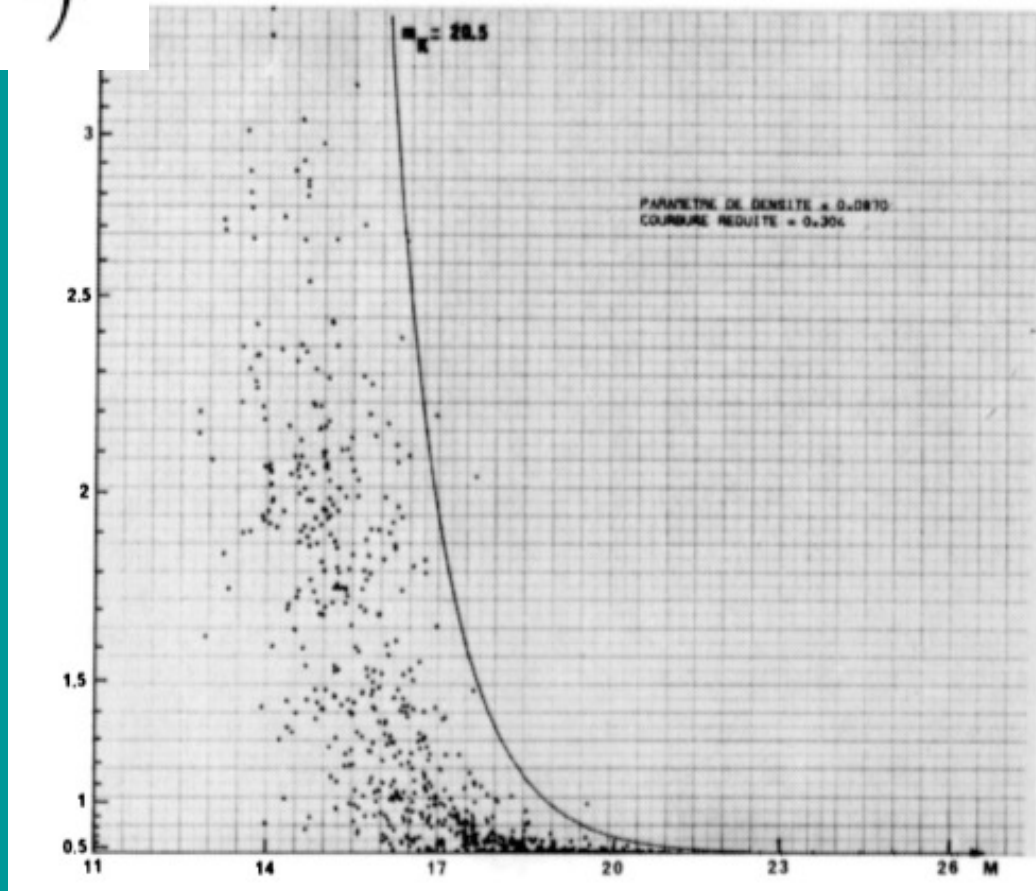
Fig. 14. Diagramme du Hubble des Q.S.O. [m , $\log z$], sans K -correction. On remarquera les traînées observationnelles, on constatera que le choix de la variable $\log z$ diminue l'information fournie par les objets à grand redshift

Cosmological parameters

$$m = M + 5 \log_{10} \left(\frac{[1+z]\theta_0}{D} \frac{\sin(\tau\sqrt{K})}{\sqrt{K}} \right)$$

$$\tau = \int_{\frac{\theta_0}{1+z}}^{\theta_0} \frac{d\theta}{\left(A + 2B\theta - K\theta^2 + \frac{A}{3}\theta^4 \right)^{1/2}}$$

diagrammes [M, V]



Cosmological parameters

Non correlation test

$$f(M)\varphi(m)dMdV$$

$$(M, V) \mapsto (M, m)$$

$$\rho f(M)\varphi(m)dMdm$$

Un test de Hubble non linéaire

$$\rho = \frac{\sin^2(\tau\sqrt{K})}{\sqrt{k_0} \cotg(\tau\sqrt{K}) + \frac{[P(R)]^{1/2}}{R}} \times \text{Cte}$$

$$10^{\frac{\alpha}{5}[m-M]} = \left[\frac{\sin(\tau\sqrt{K})}{R\sqrt{k_0}} \right]^\alpha$$

$$\Omega_0 = 0.053 \pm 0.030 \quad k_0 = 0.245 \pm 0.100 \quad \lambda_0 = 1.19 \pm 0.130$$

$$q_0 = -1.16 \pm 0.130$$

“Quasars and cosmology”, H.H. Fliche, J.M. Souriau (1979)

The Cosmological Constant

the gravitational field, which are characterized by a *vanishing divergence* stress-energy tensor T in the field equations

$$T = \mathcal{A}(g) \quad (1)$$

account for a metric tensor g with signature $(+, -, -, -)$ on the space-time manifold. \mathcal{A} reads as a series of covariant tensors written in term of g and its derivatives

$$\mathcal{A}(g)_{\mu\nu} = -\mathcal{A}_0 F_{\mu\nu}^{(0)} + \mathcal{A}_1 F_{\mu\nu}^{(1)} + \mathcal{A}_2 F_{\mu\nu}^{(2)} + \dots \quad (2)$$

where the $F^{(n)}$ denote $2n$ degree tensors. The \mathcal{A}_n stand for *coupling constants*, their values have to be determined from observations. For $n \leq 1$ these tensors are unique

$$F_{\mu\nu}^{(0)} = g_{\mu\nu}, \quad F_{\mu\nu}^{(1)} = S_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} \quad (3)$$

where $R_{\mu\nu}$ is the Ricci tensor and R the scalar curvature. A dimensional analysis of

The Cosmological Constant

The *transition scale* between the first two terms is defined by

$$\tau_{1/0} = \sqrt{|\mathcal{A}_1/\mathcal{A}_0|} \quad (4)$$

It is a useful quantity for disentangling the relative influence of these terms on the gravitational dynamics. The comparison of Schwarzschild solution of Eq. (2) with (modified) Poisson equation provides us with the following identifications

$$\mathcal{A}_1 = \frac{1}{8\pi G} \sim 5 \cdot 10^{26} \text{ g cm}^{-1}, \quad \mathcal{A}_0 = \frac{\Lambda}{8\pi G} \quad (5)$$

and with the Newton acceleration field around a point mass m

$$\vec{g} = \left(-G \frac{m}{r^3} + \frac{\Lambda}{3} \right) \vec{r} \quad (6)$$

This approximation shows that if $\Lambda > 0$ then there is a critical distance

$$r_o = \sqrt[3]{3mG/\Lambda} \quad (7)$$

where the gravity vanishes; it is attractive if $r < r_o$ and repulsive if $r > r_o$.

The determination of consecutive terms $n > 1$ of the expansion in Eq. (2) requires to specify the $F_{\mu\nu}^{(n)}$ by means of additional principles.

The Cosmological Constant

Dimensional analysis

$$c = 1, \quad 1\text{s} = 2.999\,792\,458\,10^{10} \text{ cm}, \quad G = 7.4243 \times 10^{-29} \text{ cm g}^{-1}$$

Only two fundamental units can be chosen, herein denoted respectively by M and L

The correct dimensional analysis of GR sets the covariant metric tensor to have the dimension $[g_{\mu\nu}] = L^2$, and thus $[g^{\mu\nu}] = L^{-2}$, $[R_{\mu\nu}] = 1$ and $[R] = L^{-2}$. Since the specific mass density and the pressure belong to T_{ν}^{μ} , one has $[T_{\mu\nu}] = ML^{-1}$. Hence, the dimensions of A_n are the following

$$[A_0] = ML^{-3}, \quad [A_1] = ML^{-1}, \quad \dots [A_n] = ML^{2n-3}$$

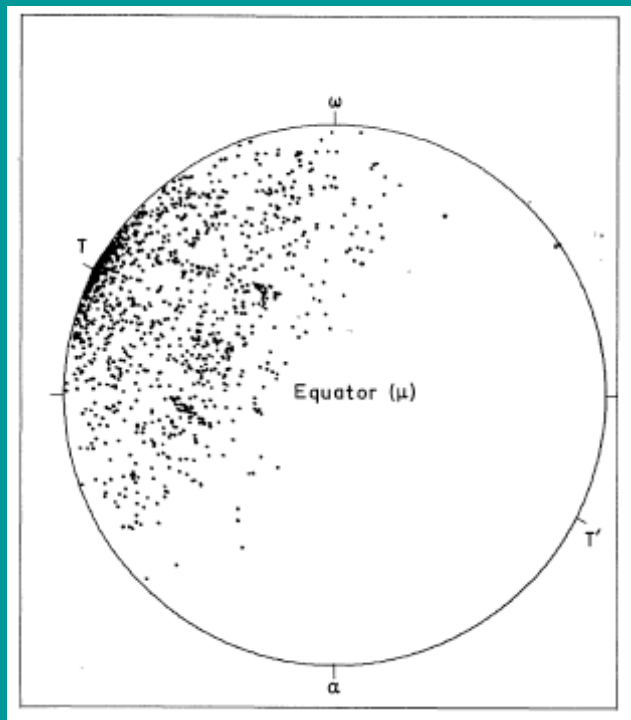
which shows their relative contributions for describing the gravitational field with respect to scale. Namely, the larger their degree n the smaller their effective scale¹. Equivalently, the estimation of A_0 demands observational data located at scale larger than the one for A_1 , *etc.*... This is the reason why the Λ effect is not discernible at small scale but requires cosmological distances.

Merci pour votre attention

Réunion thématique du GDR-
GDM

Bipartition of the Universe

Electrical neutrality of the universe is a fundamental observation, it must be accurate at least at 10^{-40} otherwise the electrostatic repulsion would make the gravitational attraction invisible. JMS



$$q_0 = -1.12 \pm 0.01;$$

Ω_0 : between 0.05 and 0.20

“A Possible Large-scale Anisotropy of the Universe”, H.H. Fliche, J.M. Souriau, R. Triay (1979)

Large Scale Structures

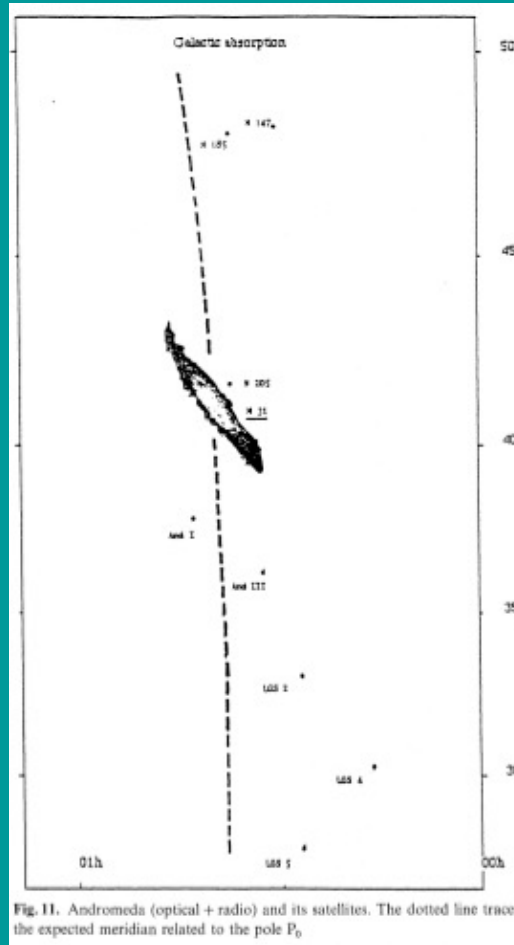
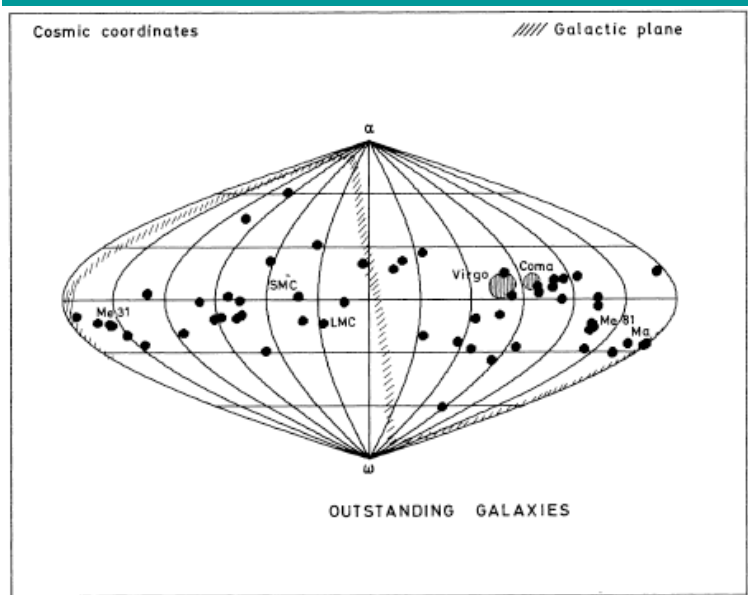
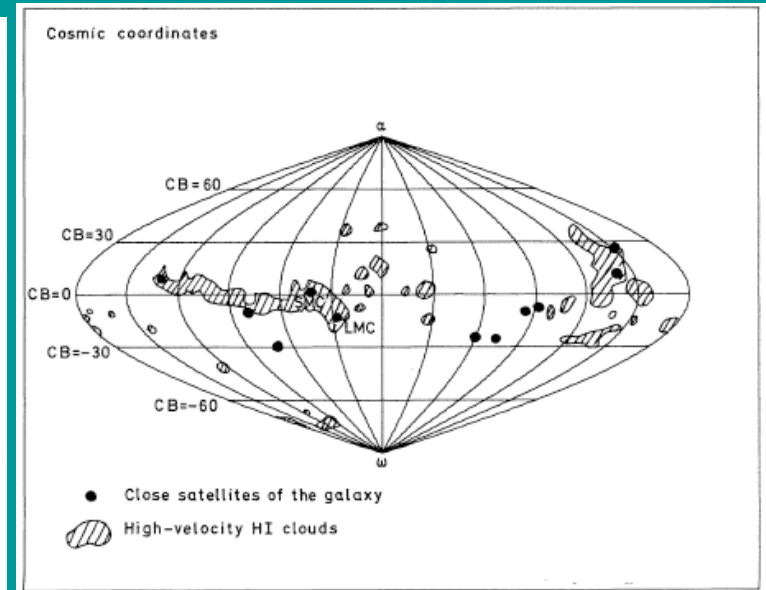
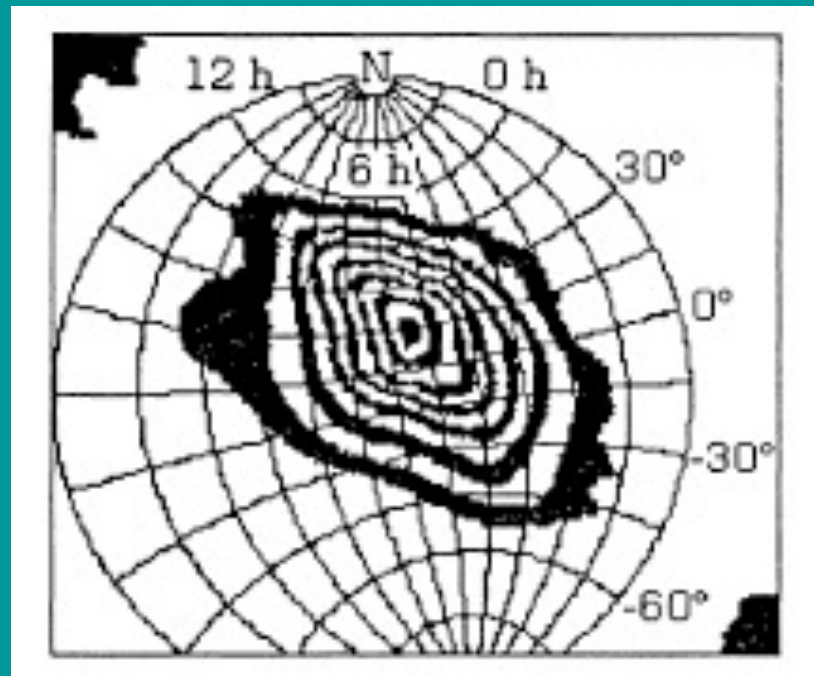


Fig. 11. Andromeda (optical + radio) and its satellites. The dotted line traces the expected meridian related to the pole P_0 .

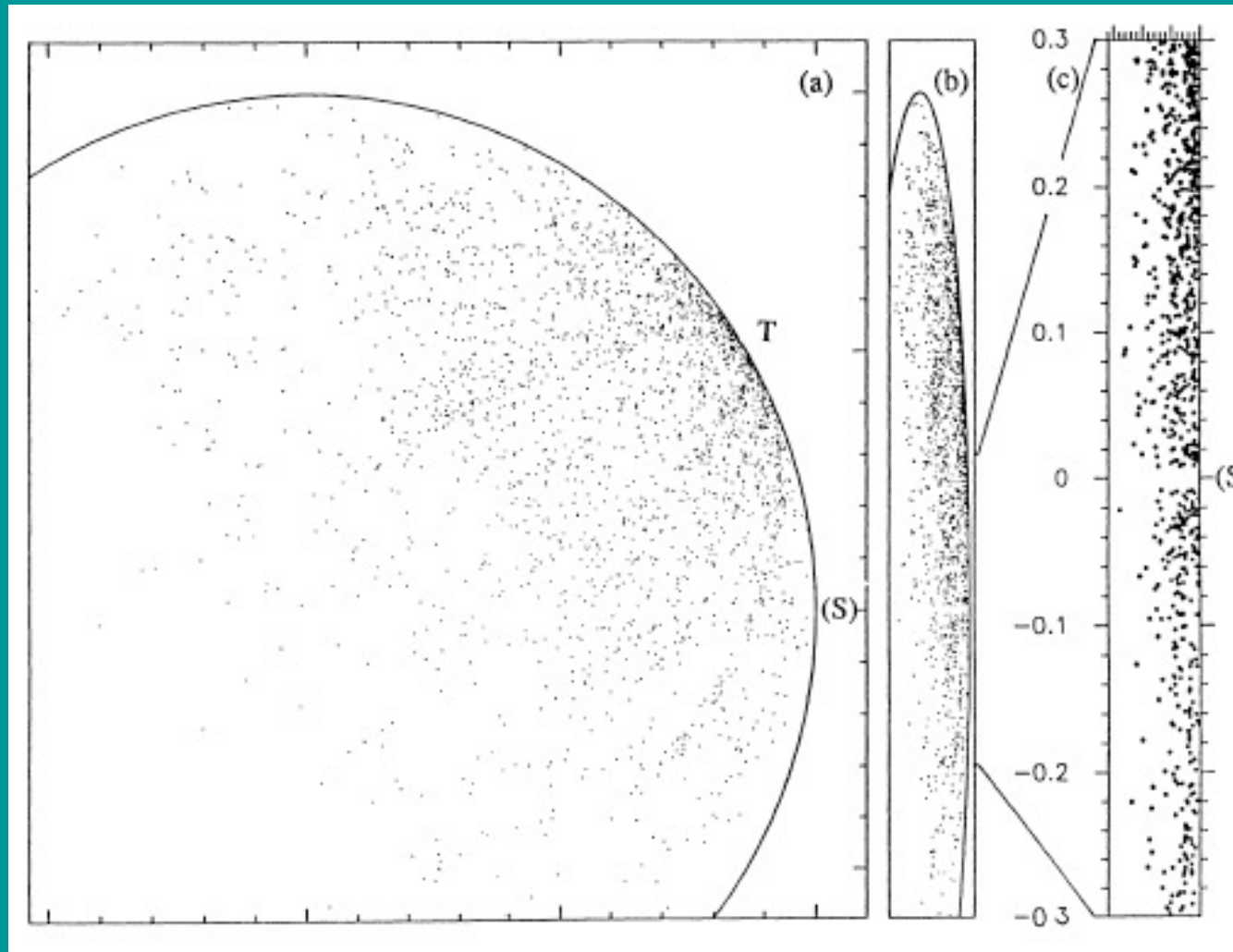


Large Scale Structures



Réunion thématique du GDR-GDM
ENS Paris Saclay, 23-25 novembre 2022

Large Scale Structures



Réunion thématique du GDR-GDM
ENS Paris Saclay, 23-25 novembre 2022