

Prévision des motifs post-bifurqués du nid d'abeilles à l'aide de la théorie des groupes

Rachel Azulay¹, Christelle Combescure^{2,3}, Justin Dirrenberger¹

1. Laboratoire PIMM, Arts et
Metiers Institute of Technology,
CNRS, Cnam, HESAM Université,
151 boulevard de l'Hôpital,
75013 Paris

2. Centre de Recherche des
Ecoles de Saint-Cyr Coëtquidan,
56381 Guer Cedex, France

3. IRDL, Centre de Recherche
Christiaan Huygens, Rue de Saint-
Maudé, 56100 Lorient

Sommaire

01

Contexte

Revue de littérature sur les nids d'abeilles

02

Objectif

But de l'étude, question de recherche

03

Outils

Groupes, représentations, Equivariant Branching Lemma

04

Méthode

Hypothèses, EBL, visualisation des motifs

05

Résultats

Aperçu des résultats obtenus grâce à la méthode

06

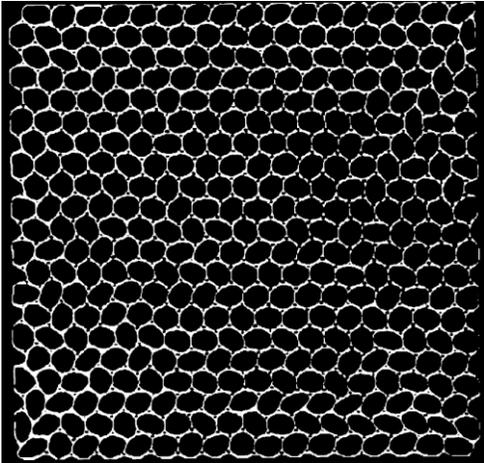
Conclusion

Travail en cours et perspectives d'avancement

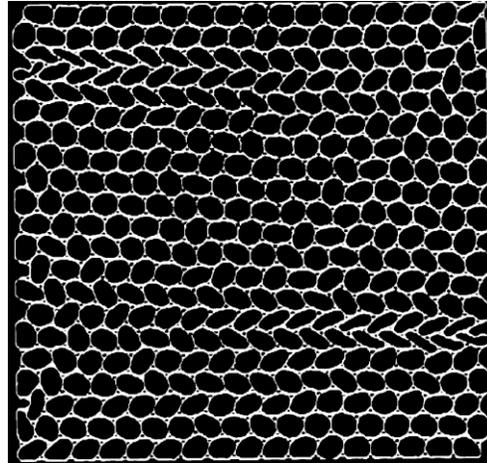
Contexte

Contexte

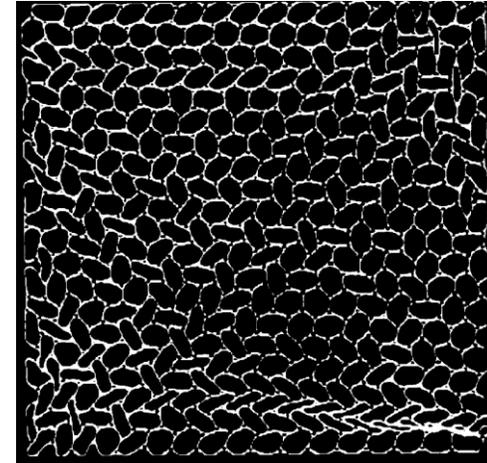
- Expériences sur le nid d'abeilles en compression [Papka 1999]



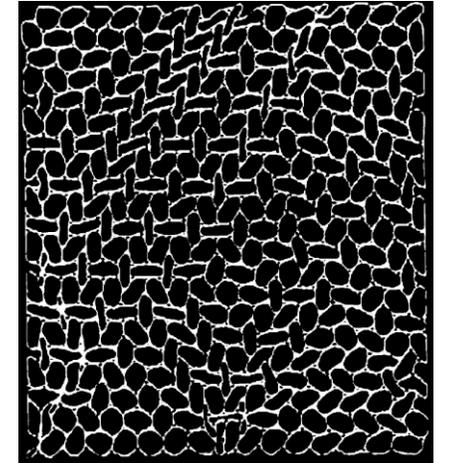
Eprouvette non déformée



Ratio de biaxialité (y/x) = 0,51



Ratio de biaxialité (y/x) = 1

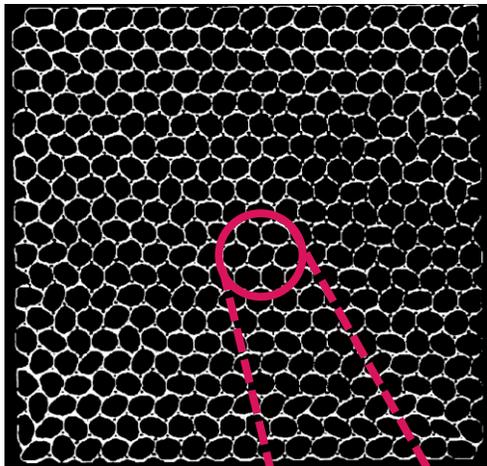


Ratio de biaxialité (y/x) = 3

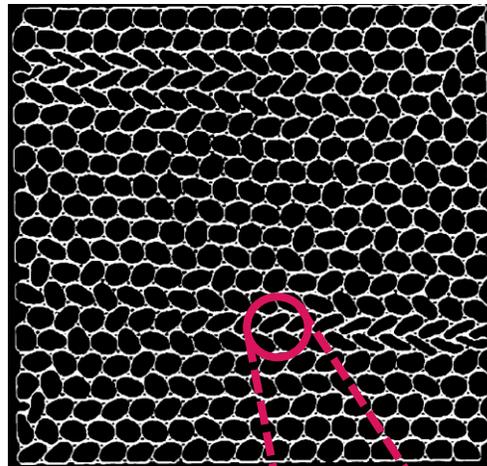
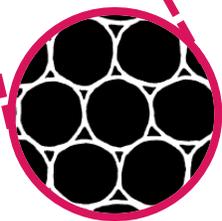
[Papka 1999] Circular celled honeycomb under biaxial compression.

Contexte

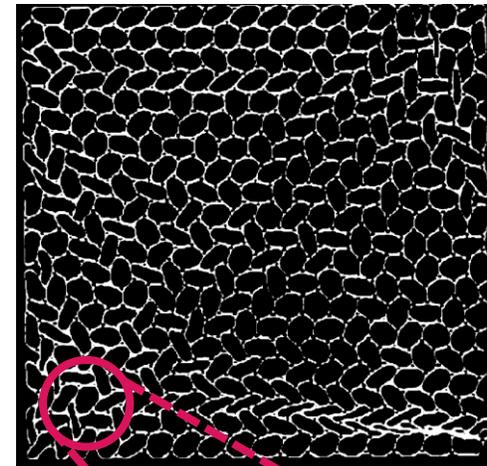
- Expériences sur le nid d'abeilles en compression [Papka 1999]



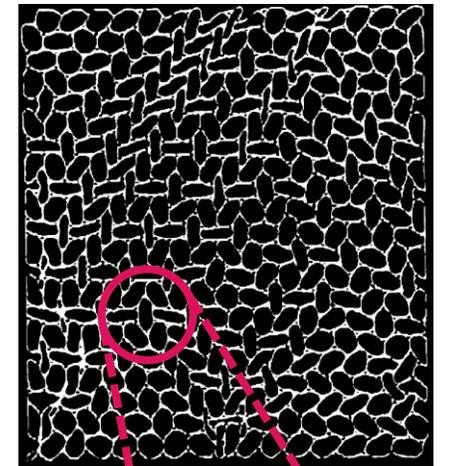
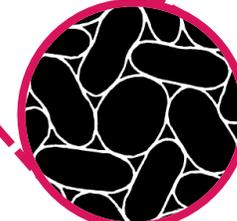
Eprouvette non déformée



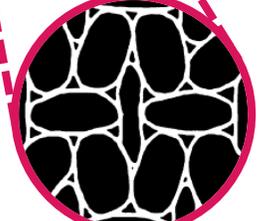
Ratio de biaxialité (y/x) = 0,51



Ratio de biaxialité (y/x) = 1



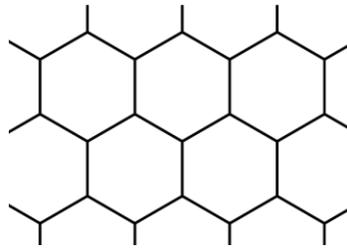
Ratio de biaxialité (y/x) = 3



[Papka 1999] Circular celled honeycomb under biaxial compression.

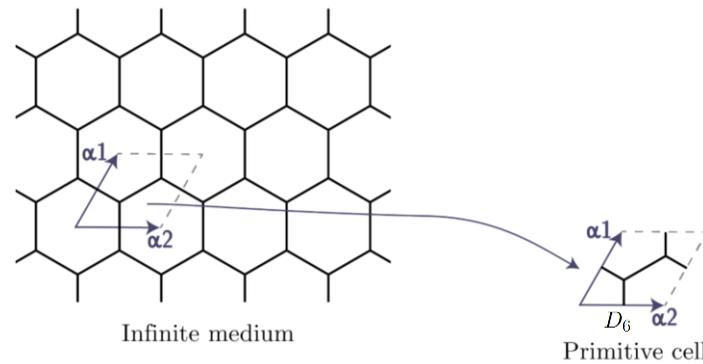
Contexte

- Analyse numérique sur la création de motifs [Ohno 2002, Okumura 2002]



(a)

(a) Undeformed hexagonal honeycomb

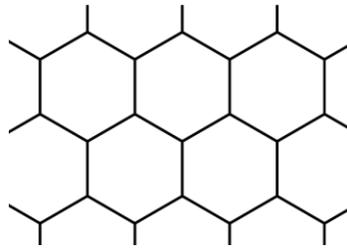


Infinite medium

Primitive cell

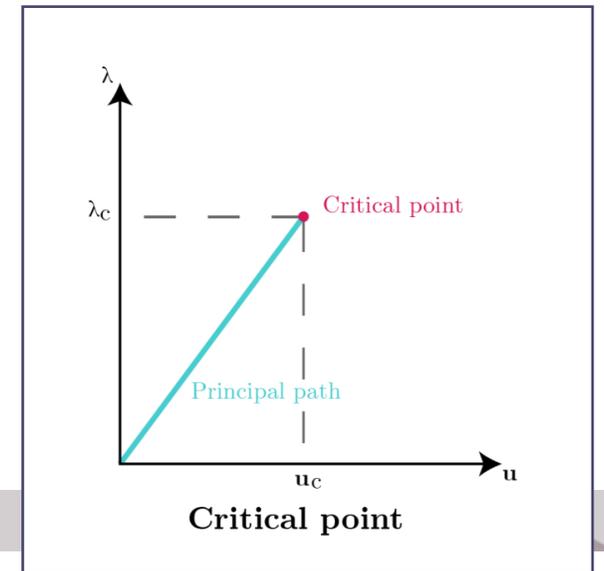
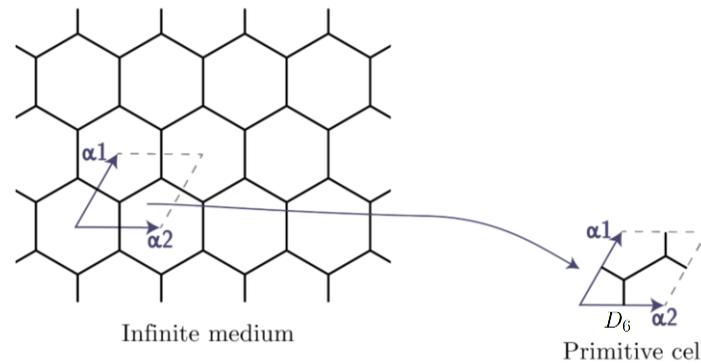
Contexte

- Analyse numérique sur la création de motifs [Ohno 2002, Okumura 2002]



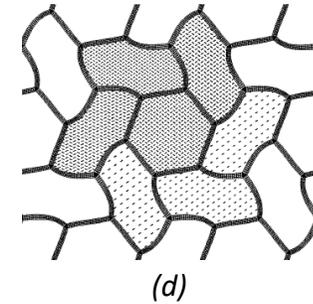
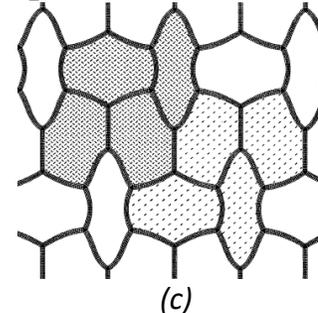
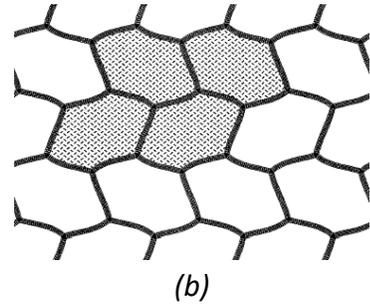
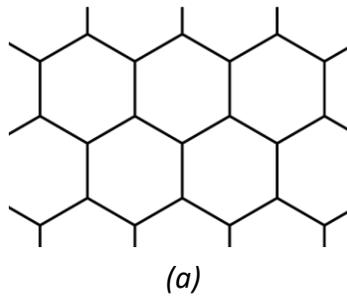
(a)

(a) Undeformed hexagonal honeycomb

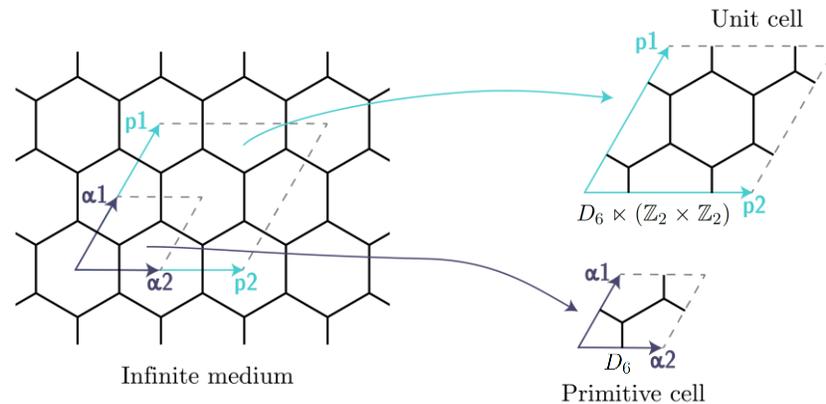


Contexte

- Analyse numérique sur la création de motifs [Ohno 2002, Okumura 2002]

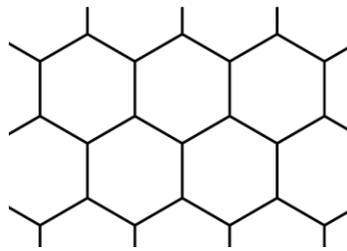


(a) Undeformed hexagonal honeycomb, (b-d) Adapted from [Ohno 2002] Identified modes for a hexagonal honeycomb under compression. (b) Mode I - uniaxial compression, (c) Mode II - Biaxial compression, (d) Mode III - Equibiaxial compression.

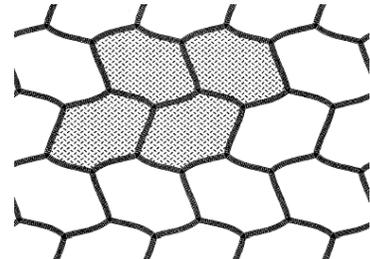


Contexte

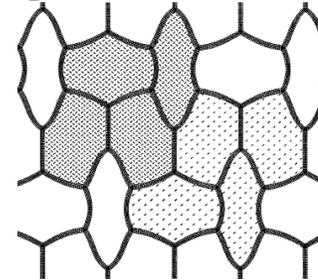
- Analyse numérique sur la création de motifs [Ohno 2002, Okumura 2002]



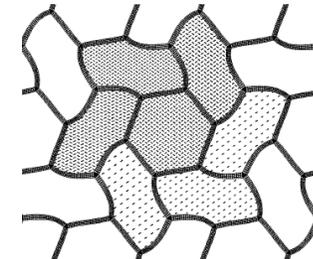
(a)



(b)

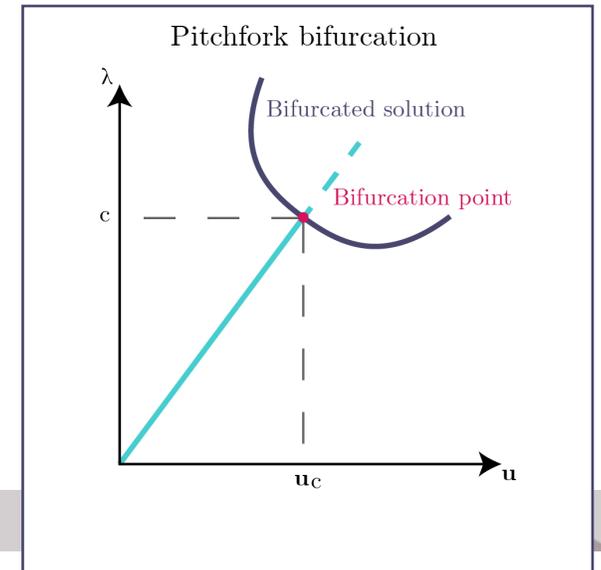
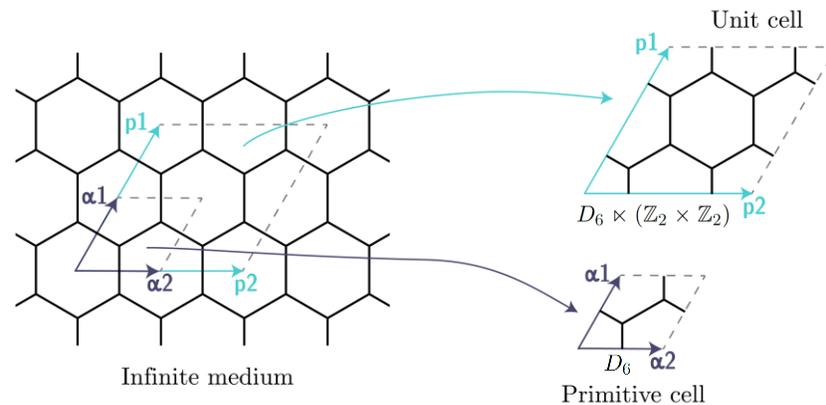


(c)

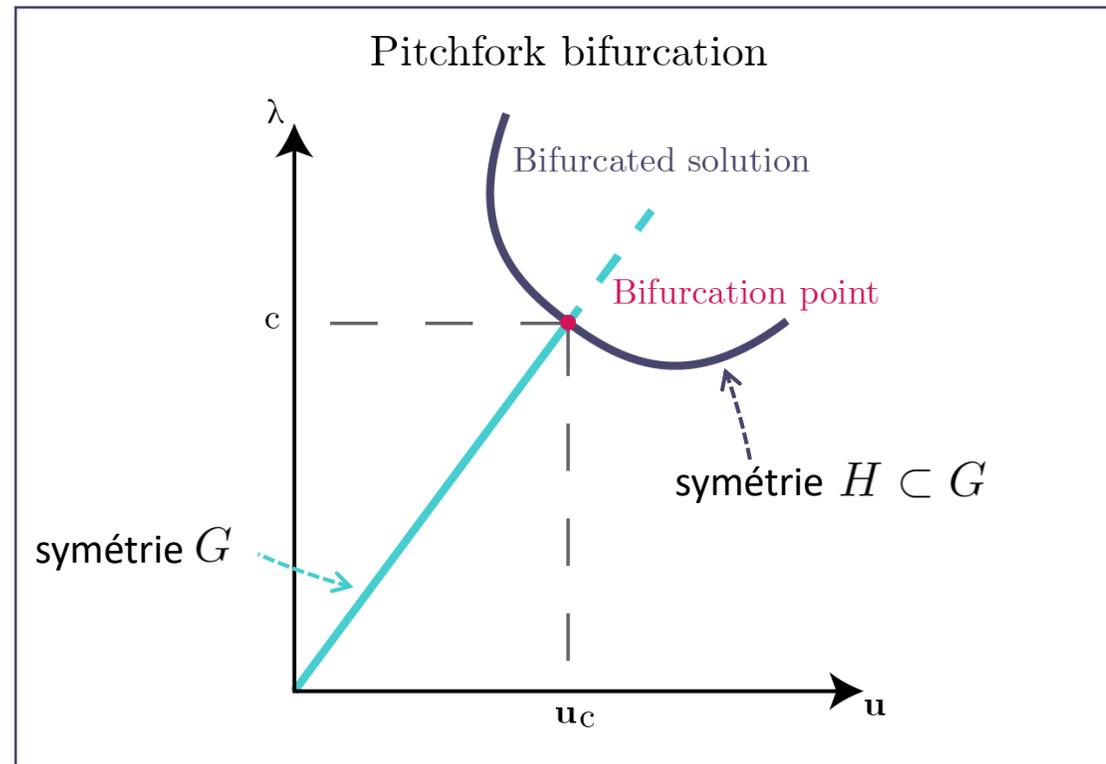


(d)

(a) Undeformed hexagonal honeycomb, (b-d) Adapted from [Ohno 2002] Identified modes for a hexagonal honeycomb under compression. (b) Mode I - uniaxial compression, (c) Mode II - Biaxial compression, (d) Mode III - Equibiaxial compression.



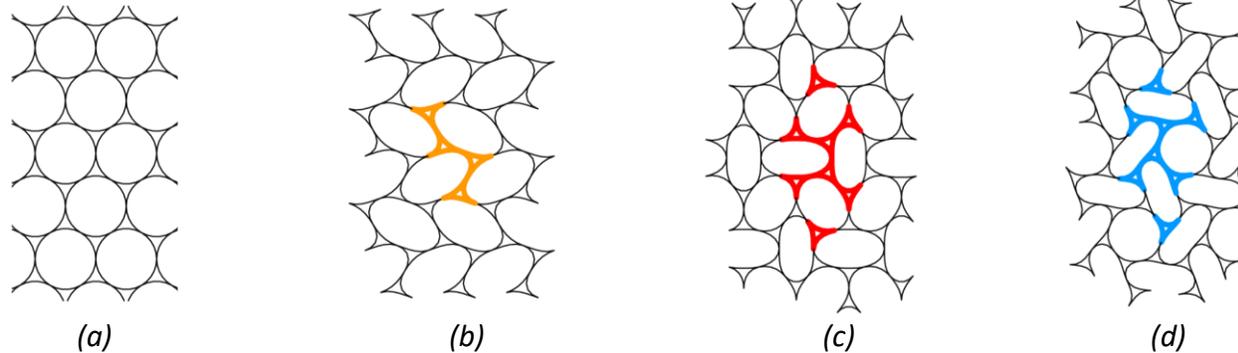
Contexte



La création de motifs et le changement de taille de cellule élémentaire sont dus à un changement de symétrie au point de bifurcation

Contexte

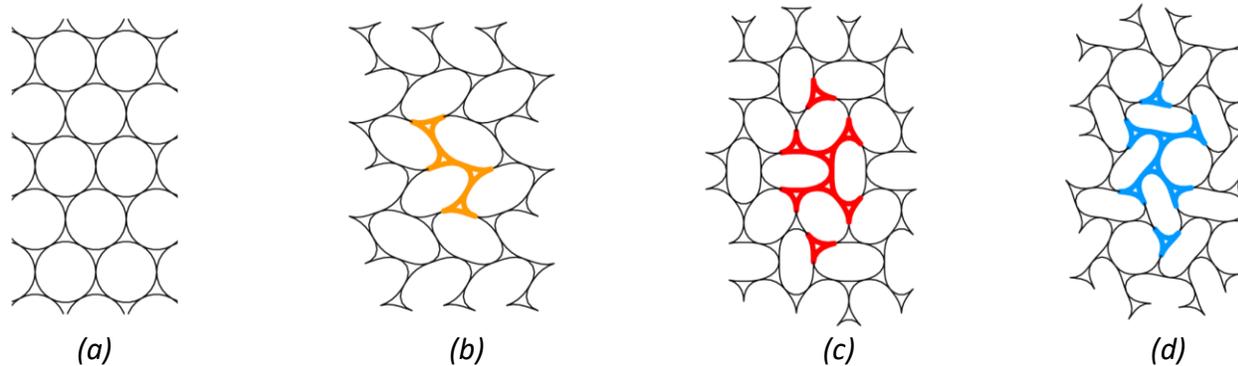
- Les outils de théorie des groupes sont actuellement couplés avec la décomposition de Lyapunov-Schmidt-Koiter pour prédire le comportement post-bifurqué [Combescure 2015, Combescure 2020]



Adapted from [Combescure 2020] : Identified modes for a circular-celled honeycomb under compression. The coloured walls indicate the minimum number of cells necessary to describe the pattern. (e) Undeformed hexagonal honeycomb; (f) Mode I - uniaxial compression; (g) Mode II - Biaxial compression; (h) Mode III - Equibiaxial compression.

Contexte

- Les outils de théorie des groupes sont actuellement couplés avec la décomposition de Lyapunov-Schmidt-Koiter pour prédire le comportement post-bifurqué [Combescure 2015, Combescure 2020]



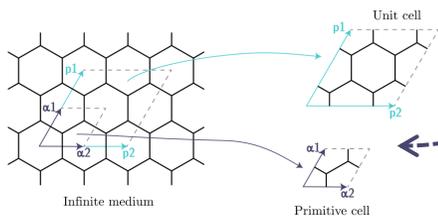
Adapted from [Combescure 2020] : Identified modes for a circular-celled honeycomb under compression. The coloured walls indicate the minimum number of cells necessary to describe the pattern. (e) Undeformed hexagonal honeycomb; (f) Mode I - uniaxial compression; (g) Mode II - Biaxial compression; (h) Mode III - Equibiaxial compression.

Outil très puissant mais : → Nécessite la connaissance de l'énergie interne du système
→ A besoin d'être recalculé pour chaque CL

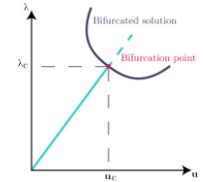
Objectif

Objectif

Sachant que :

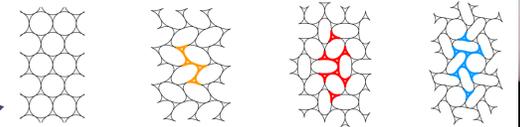


→ Le changement de motif provient d'un point de bifurcation



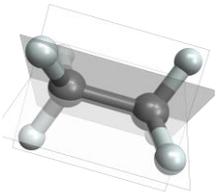
→ Le point de bifurcation engendre un changement de symétrie

→ La théorie des groupes est déjà utilisée dans certains cas



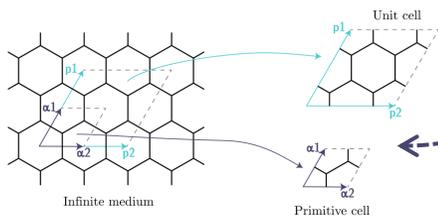
→ D'autres domaines, comme la cristallographie, utilise la théorie

des groupes pour prédire des propriétés des cristaux [Giacovazzo 2002]

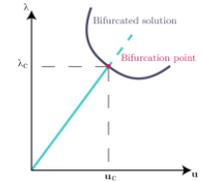


Objectif

Sachant que :

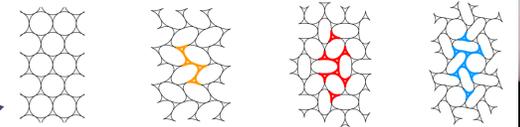


→ Le changement de motif provient d'un point de bifurcation

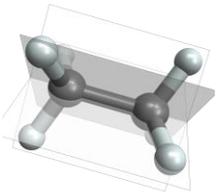


→ Le point de bifurcation engendre un changement de symétrie

→ La théorie des groupes est déjà utilisée dans certains cas



→ D'autres domaines, comme la cristallographie, utilise la théorie

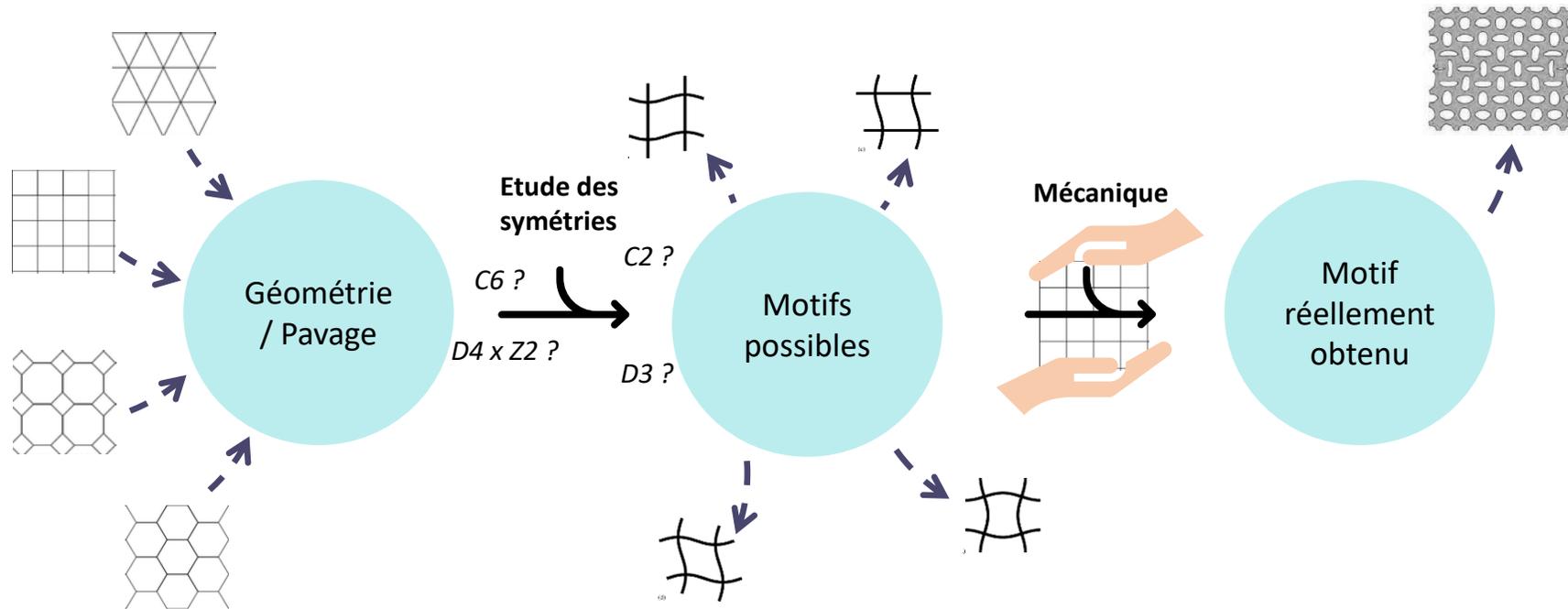


des groupes pour prédire des propriétés des cristaux [Giacovazzo 2002]

Est-ce qu'il existe un outil qui permettrait de prédire, de manière exhaustive, les motifs post-bifurqués du nid d'abeilles ?

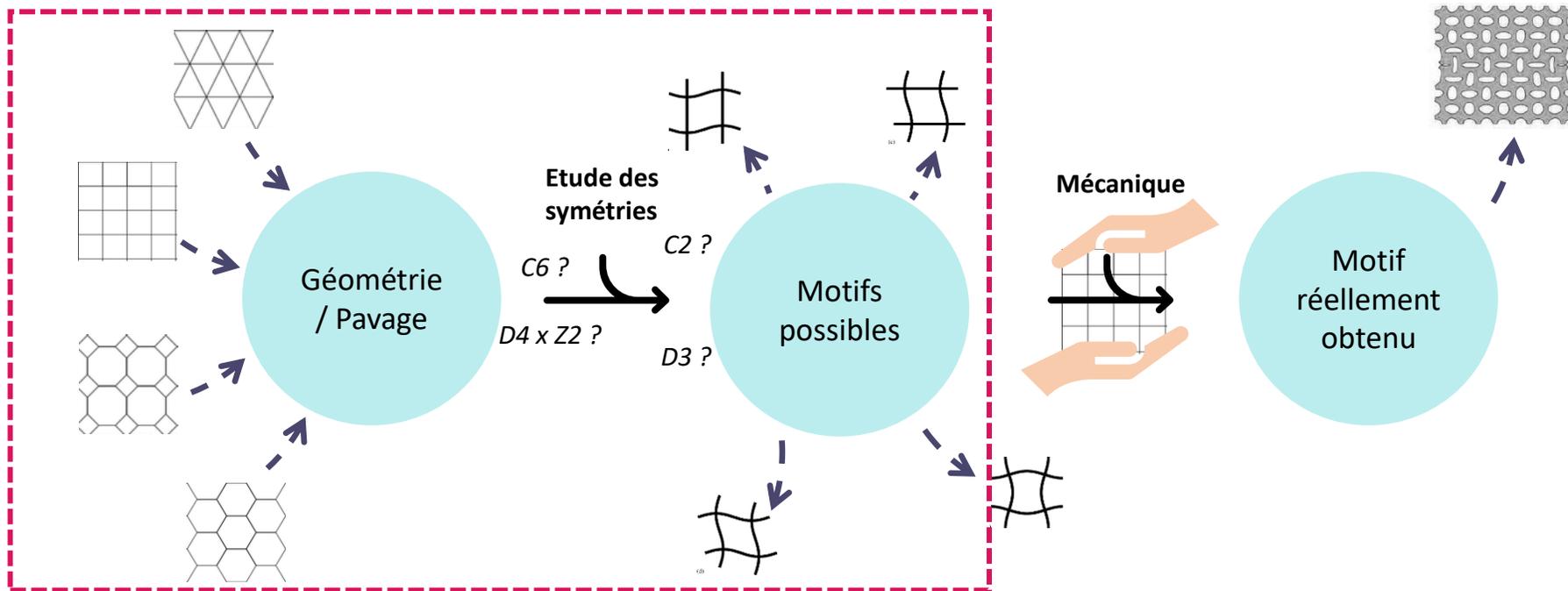
Objectif

Est-ce qu'il existe un outil qui permettrait de prédire, de manière exhaustive, les motifs post-bifurqués du nid d'abeilles ?



Objectif

Est-ce qu'il existe un outil qui permettrait de prédire, de manière exhaustive, les motifs post-bifurqués du nid d'abeilles ?



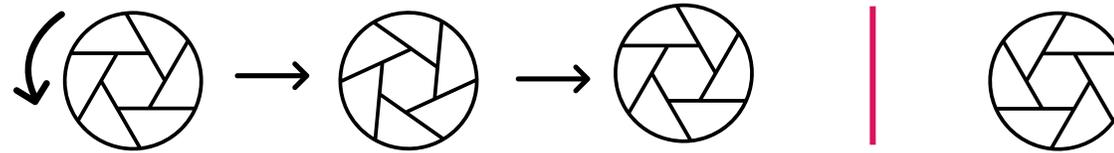
Outils

Outils

- Notations

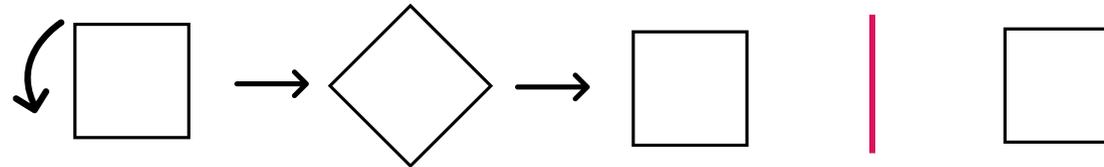
- Groupes de Symétrie :

- Groupe cyclique **C_n** : constitué de toutes les rotations autour d'un point fixé, par des multiples de l'angle $2\pi/n$



Exemple d'une géométrie de symétrie **C6**

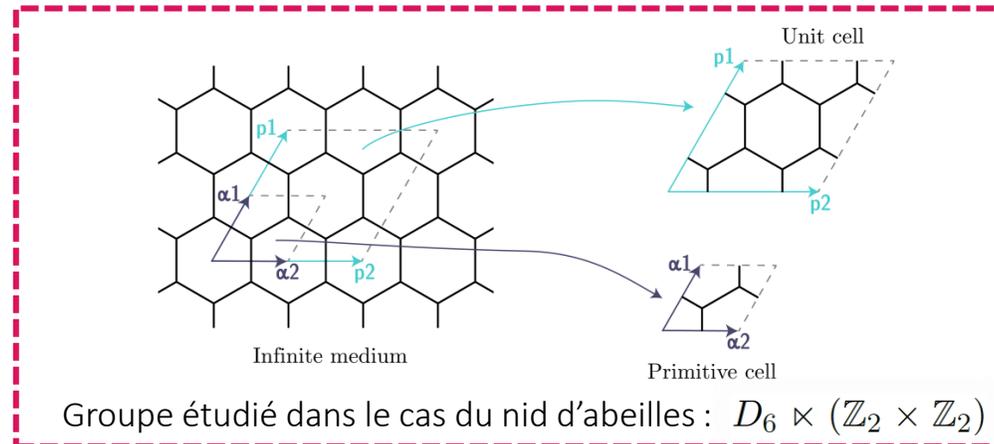
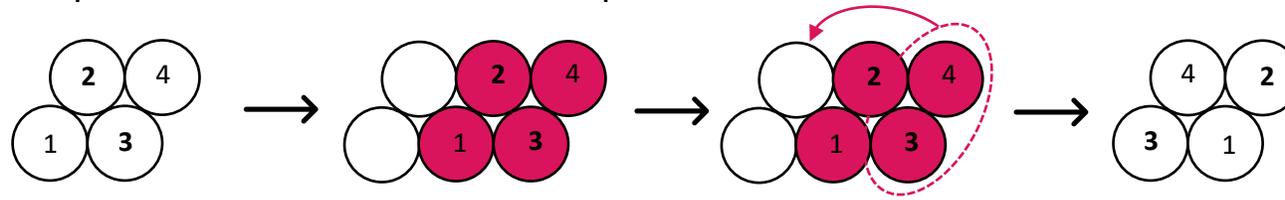
- Groupe diédral **D_n** : constitué des rotations appartenant à **C_n** et de **n** symétries axiales



Exemple d'une géométrie de symétrie **D4**

Outils

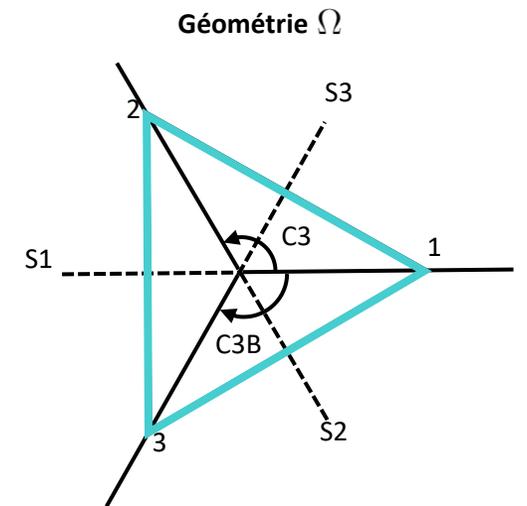
- Notations
 - Groupes de Symétrie :
 - Groupe des translations Z_n : isomorphe à C_n .



Outils

- Définitions

On appelle **groupe de symétrie** G d'un objet géométrique $\Omega \in \mathbb{R}^N$ le groupe de toutes les transformations $g \in G$ pour lesquelles Ω reste invariant.



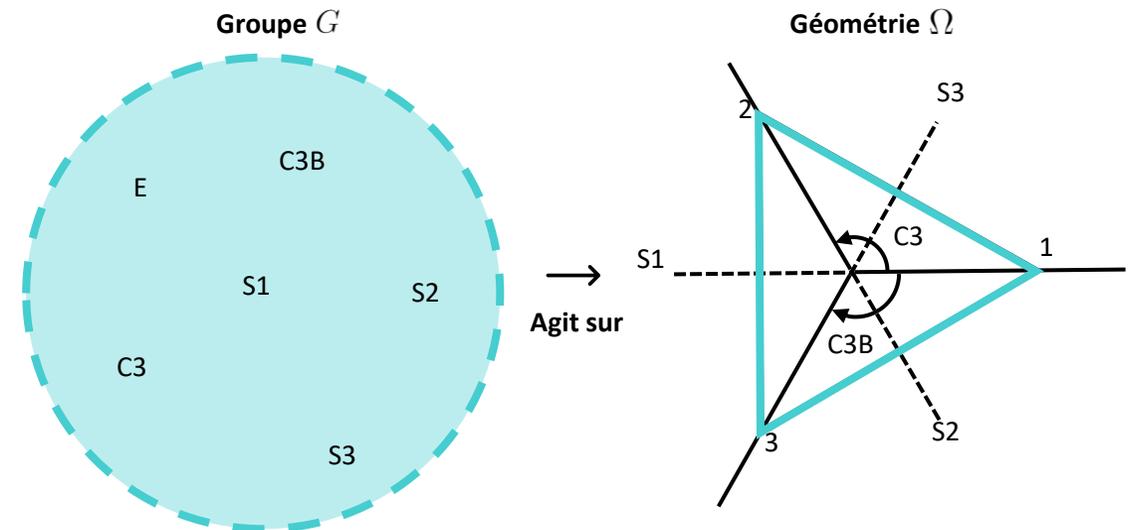
Outils

- Définitions

On appelle **groupe de symétrie** G d'un objet géométrique $\Omega \in \mathbb{R}^N$ le groupe de toutes les transformations $g \in G$ pour lesquelles Ω reste invariant.

On appelle **action** α d'un groupe G une application $\alpha : G \times \Omega \longrightarrow \Omega$ satisfaisant

- $\alpha(e, \mathbf{u}) = \mathbf{u}$ pour tout $\mathbf{u} \in \Omega$
- $\alpha(gh, \mathbf{u}) = \alpha(g, \alpha(h, \mathbf{u}))$ pour tout $g, h \in G$ et $\mathbf{u} \in \Omega$



Cn : rotation de $2\pi/n$ autour de l'axe principal
CnB : rotation de $-2\pi/n$ autour de l'axe principal
S : symétrie axiale d'axe passant par l'axe principal

Outils

- Définitions

On appelle **représentation** du groupe G une application linéaire inversible d'une action de groupe α sur Ω .

C'est-à-dire une application $\tilde{T} : G \rightarrow GL(\Omega)$ satisfaisant :

$$\tilde{T}(gh) = \tilde{T}(g)\tilde{T}(h) \quad g, h \in G$$

On appelle **représentation matricielle** du groupe G sur Ω un homomorphisme $T : G \rightarrow \mathbb{R}^{N \times N}$ satisfaisant :

$$T(gh) = T(g)T(h) \quad g, h \in G$$

Cn : rotation de $2\pi/n$ autour de l'axe principal
CnB : rotation de $-2\pi/n$ autour de l'axe principal
S : symétrie axiale d'axe passant par l'axe principal

Outils

- Définitions

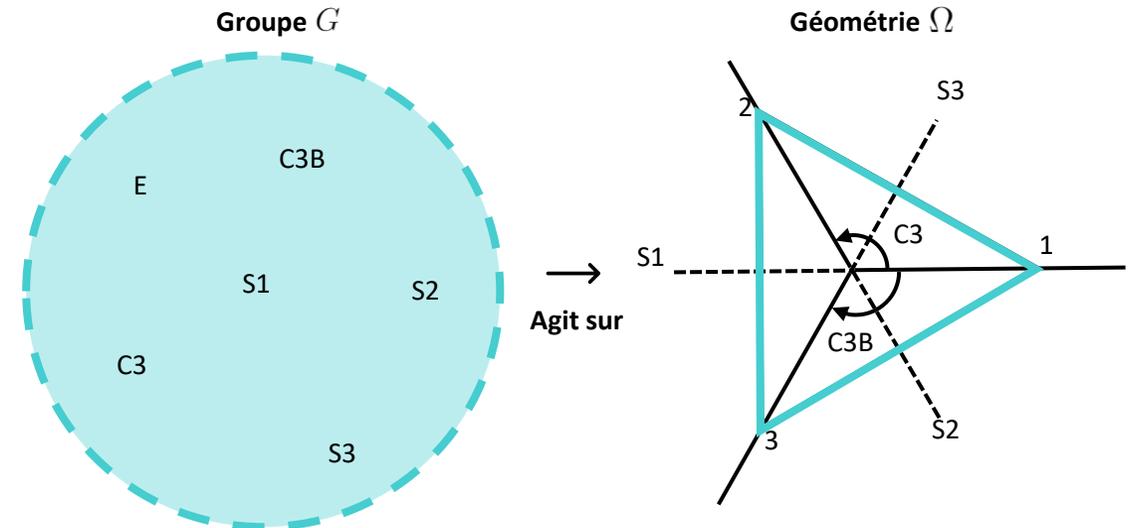
On appelle **représentation** du groupe G une application linéaire inversible d'une action de groupe α sur Ω .

C'est-à-dire une application $\tilde{T} : G \rightarrow GL(\Omega)$ satisfaisant :

$$\tilde{T}(gh) = \tilde{T}(g)\tilde{T}(h) \quad g, h \in G$$

On appelle **représentation matricielle** du groupe G sur Ω un homomorphisme $T : G \rightarrow \mathbb{R}^{N \times N}$ satisfaisant :

$$T(gh) = T(g)T(h) \quad g, h \in G$$



Cn : rotation de $2\pi/n$ autour de l'axe principal
CnB : rotation de $-2\pi/n$ autour de l'axe principal
S : symétrie axiale d'axe passant par l'axe principal

Outils

• Définitions

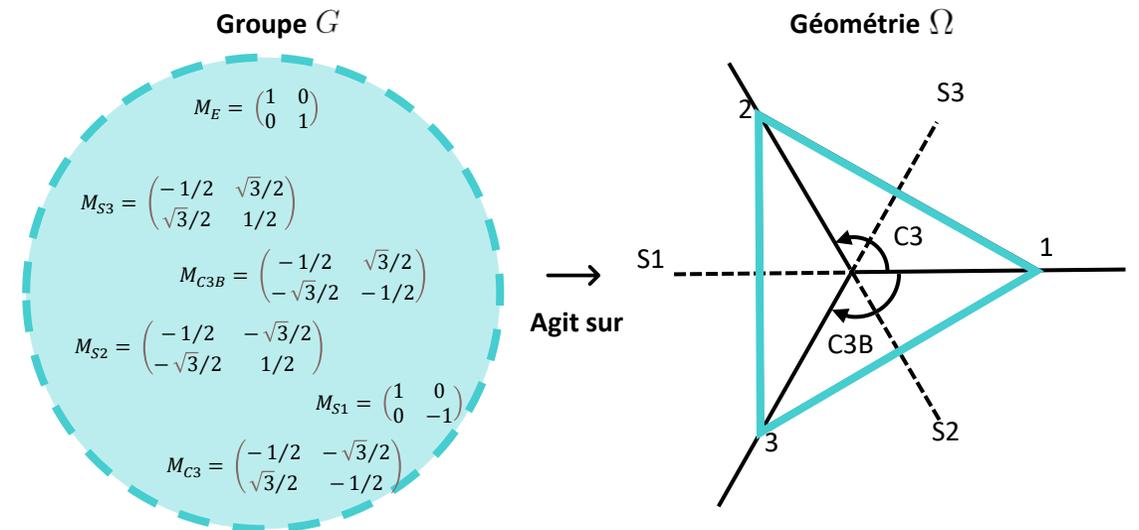
On appelle **représentation** du groupe G une application linéaire inversible d'une action de groupe α sur Ω .

C'est-à-dire une application $\tilde{T} : G \rightarrow GL(\Omega)$ satisfaisant :

$$\tilde{T}(gh) = \tilde{T}(g)\tilde{T}(h) \quad g, h \in G$$

On appelle **représentation matricielle** du groupe G sur Ω un homomorphisme $T : G \rightarrow \mathbb{R}^{N \times N}$ satisfaisant :

$$T(gh) = T(g)T(h) \quad g, h \in G$$



C_n : rotation de $2\pi/n$ autour de l'axe principal
C_nB : rotation de $-2\pi/n$ autour de l'axe principal
S : symétrie axiale d'axe passant par l'axe principal

Outils

• Définitions

On appelle **représentation irréductible** une représentation T^μ du groupe G sur Ω l'application $T^\mu : G \longrightarrow Aut(\Omega)$ pour laquelle les seuls sous-espaces stables communs à tous les éléments de $T^\mu(G)$ sont $\{0\}$ ou Ω

- Représentations irréductibles de dimension 1
 - **A** : associe 1 à chaque rotation autour de l'axe principal
 - **B** : associe $(-1)^k$ pour une rotation C_k
- Représentations irréductibles de dimension 2 : **E**
- Représentations irréductibles de dimension 3 : **T**

$D_6 \times \mathbb{Z}_2^1 \times \mathbb{Z}_2^2$	E
A1	1
A2	1
B1	1
B2	1
E1	$\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$
E2	$\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$
T1	$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$
T2	$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$
T3	$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$
T4	$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$

C_n : rotation de $2\pi/n$ autour de l'axe principal
C_nB : rotation de $-2\pi/n$ autour de l'axe principal
S : symétrie axiale d'axe passant par l'axe principal

Outils

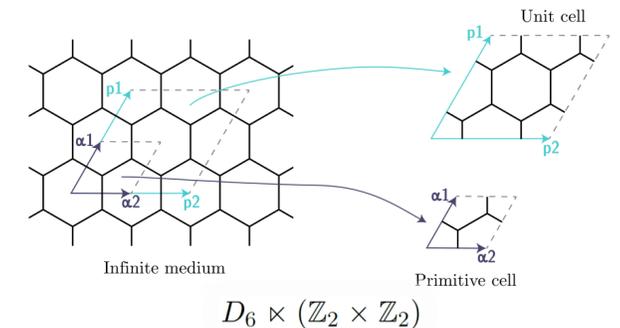
• Définitions

On appelle **représentation irréductible** une représentation T^μ du groupe G sur Ω l'application $T^\mu : G \rightarrow \text{Aut}(\Omega)$ pour laquelle les seuls sous-espaces stables communs à tous les éléments de $T^\mu(G)$ sont $\{0\}$ ou Ω

- Représentations irréductibles de dimension 1
 - **A** : associe 1 à chaque rotation autour de l'axe principal
 - **B** : associe $(-1)^k$ pour une rotation C_k
- Représentations irréductibles de dimension 2 : **E**
- Représentations irréductibles de dimension 3 : **T**

$D_6 \times \mathbb{Z}_2^1 \times \mathbb{Z}_2^2$	E
A1	1
A2	1
B1	1
B2	1
E1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
E2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
T1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
T2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
T3	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
T4	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

→
Agit sur



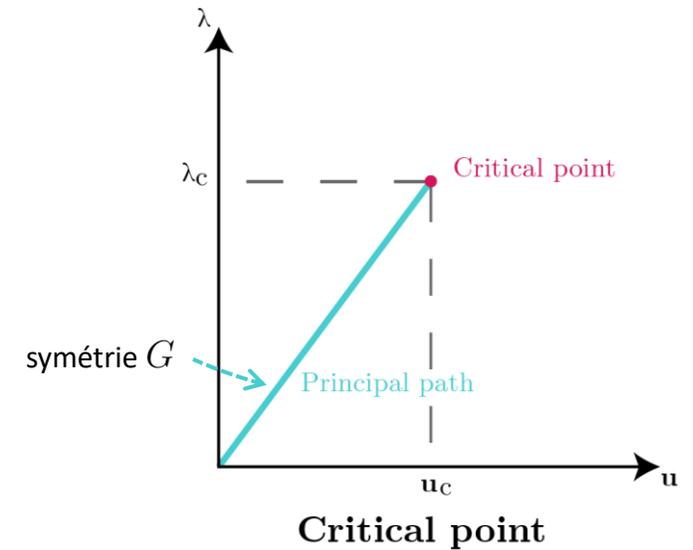
C_n : rotation de $2\pi/n$ autour de l'axe principal
C_nB : rotation de $-2\pi/n$ autour de l'axe principal
S : symétrie axiale d'axe passant par l'axe principal

Outils

- Equivariant Branching Lemma (EBL) [Vanderbauwhede, 1980]
- La structure étudiée satisfait les équations d'équilibre :

$$F(\mathbf{u}, \lambda) = 0$$

déplacement paramètre de chargement



Outils

- Equivariant Branching Lemma (EBL) [Vanderbauwhede, 1980]
- La structure étudiée satisfait les équations d'équilibre :

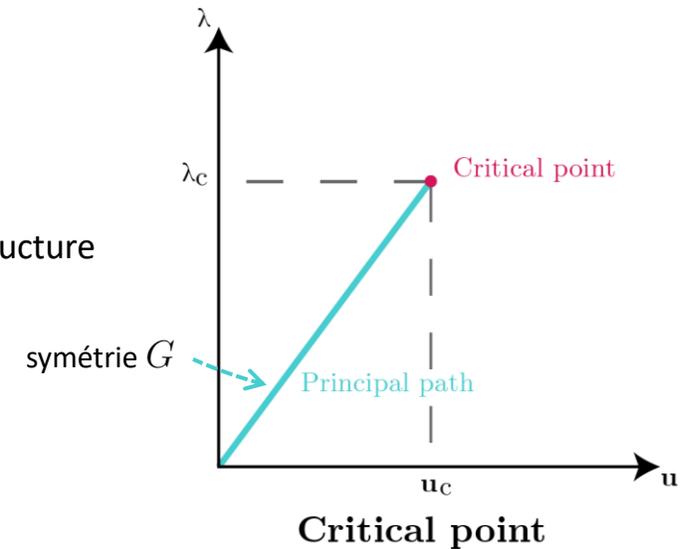
$$F(\mathbf{u}, \lambda) = 0$$

déplacement paramètre de chargement

- Le système possédant une symétrie G , il satisfait la condition d'équivariance :

$$T(g)F(\mathbf{u}, \lambda) = F(T(g)\mathbf{u}, \lambda), \quad \forall g \in G$$

représentation matricielle de l'élément $g \in G$ groupe de symétrie auquel appartient la structure élément de G

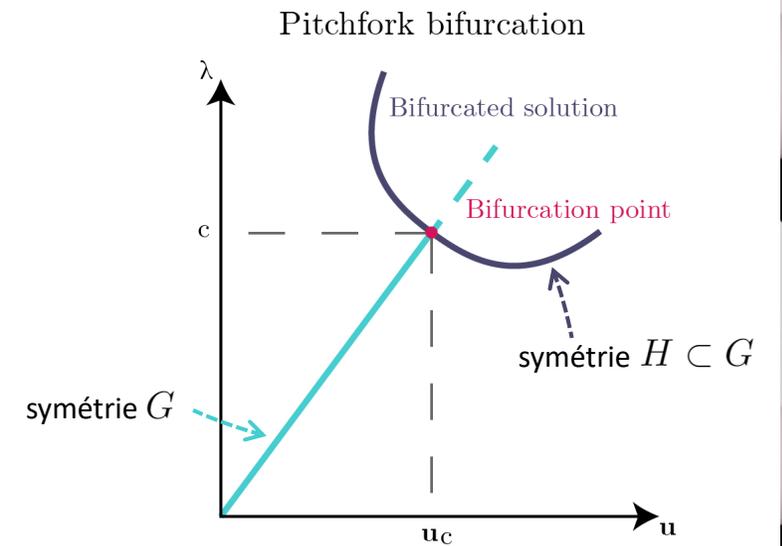


Outils

- Equivariant Branching Lemma (EBL) [Vanderbauwhede, 1980]
- Au point critique, on a donc :

$$T(g)\mathbf{u}_c = \mathbf{u}_c, \quad \forall g \in G$$

Déplacement critique



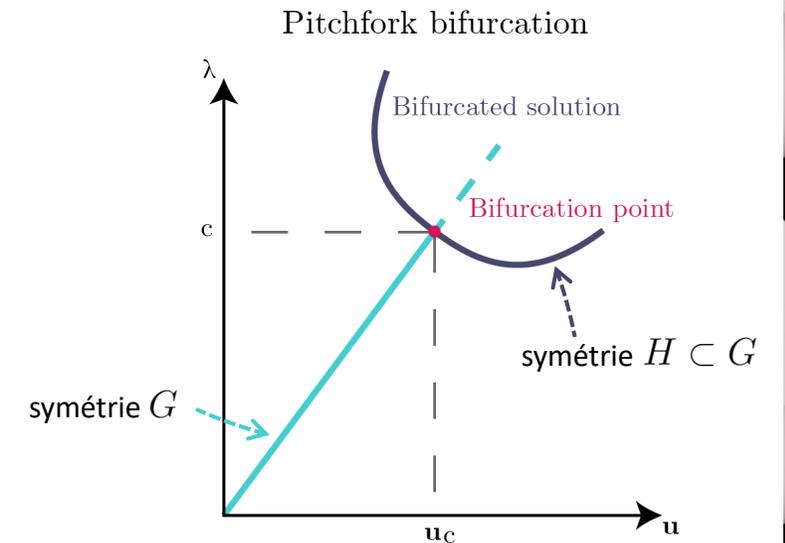
Outils

- Equivariant Branching Lemma (EBL) [Vanderbauwhede, 1980]
- Au point critique, on a donc :

$$T(g)\mathbf{u}_c = \mathbf{u}_c, \quad \forall g \in G$$

Déplacement critique

- D'après L'Equivariant Branching Lemma, il est possible de déterminer les groupes de symétrie des solutions bifurquées



Outils

- Equivariant Branching Lemma (EBL) [Vanderbauwhede, 1980]
- Les représentations irréductibles (μ) permettent de définir les sous groupes d'isotropie de G .
On définit le sous groupe d'isotropie de G pour une représentation irréductible le groupe :

$$G_{\mathbf{u}}^{\mu} = \{g \in G / T^{\mu}(g)\mathbf{u} = \mathbf{u}\}$$

Vecteur de Ω , $\mathbf{u} \in \Omega$

Sous-groupe d'isotropie de symétrie de la représentation irréductible μ

Élément de G

représentation matricielle irréductible de μ

- On définit l'espace fixe d'un sous-groupe d'isotropie

$$\text{Fix}(G_{\mathbf{u}}^{\mu}) = \{\mathbf{u} \in \Omega / T^{\mu}(g)\mathbf{u} = \mathbf{u}, \forall g \in G\}$$

Outils

- Equivariant Branching Lemma (EBL) [Vanderbauwhede, 1980]

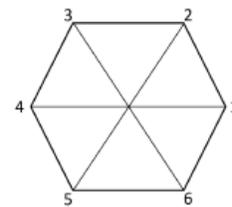
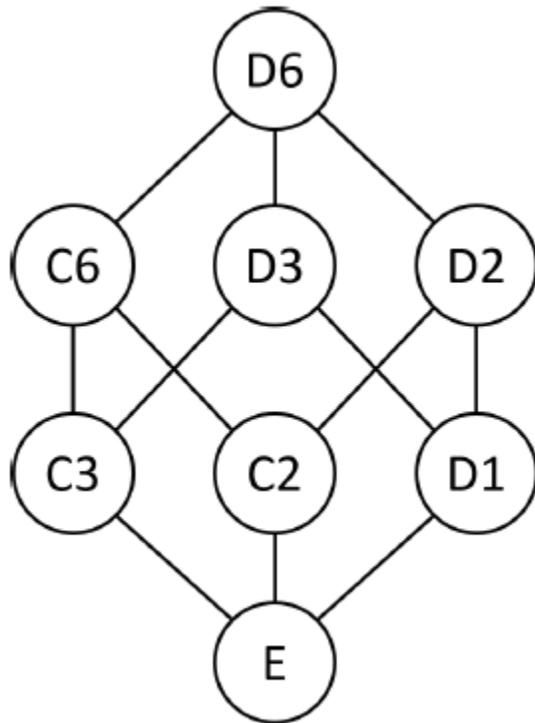
- Equivariant Branching Lemma :

Considérons $(\mathbf{u}_c, \lambda_c)$ un point de bifurcation de symétrie $H \subseteq G$

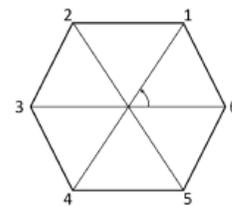
Si $H \subset G$ est un sous groupe d'isotropie de G avec $\dim \text{Fix}(H) = 1$, alors un chemin bifurqué de symétrie H existe.

Outils

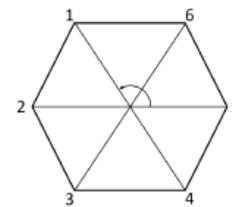
Objectif : trouver les groupes de symétrie des solutions bifurqués



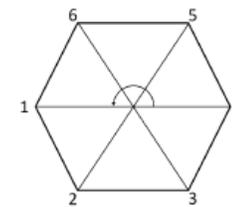
(a) E



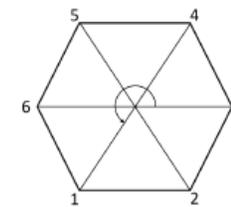
(b) C_6



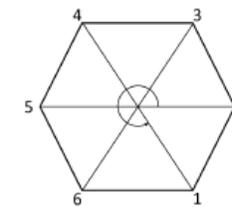
(c) C_3



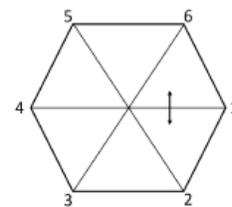
(d) C_2



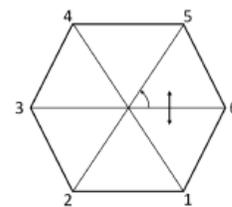
(e) $\overline{C_3} = -C_3$



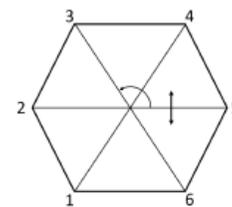
(f) $\overline{C_6}$



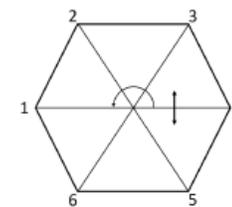
(g) S



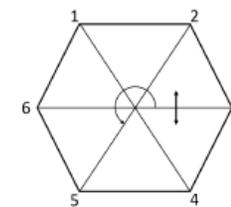
(h) SC_6



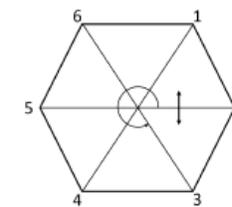
(i) SC_3



(j) SC_2



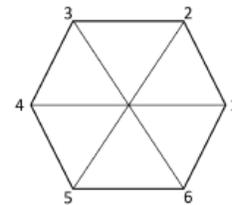
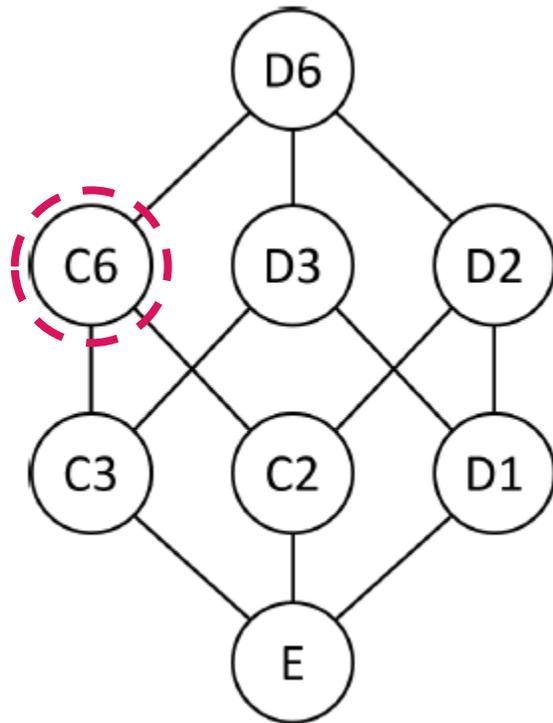
(k) $\overline{SC_3}$



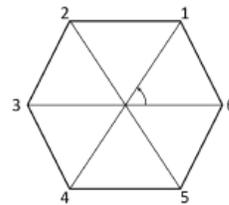
(l) $\overline{SC_6}$

Outils

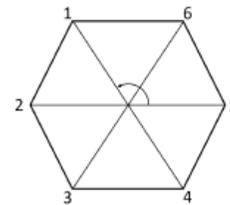
Objectif : trouver les groupes de symétrie des solutions bifurqués



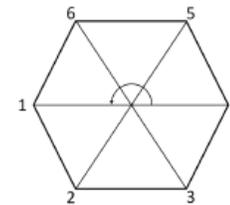
(a) E



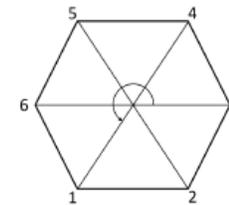
(b) C_6



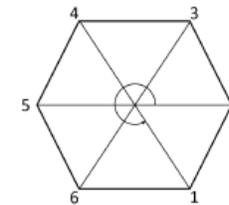
(c) C_3



(d) C_2



(e) $\overline{C_3} = -C_3$



(f) $\overline{C_6}$

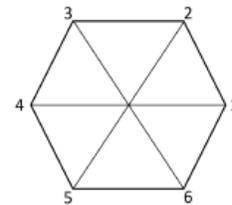
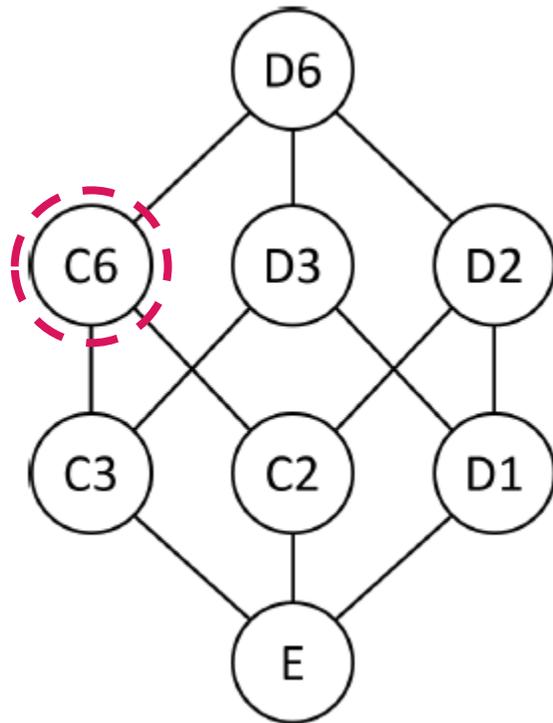
- C_6 est un sous-groupe
- Est-ce que c'est un groupe possible de bifurcation?

Equivariant Branching Lemma (EBL) [Golubitsky 1988]

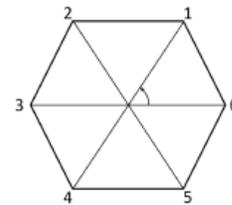
Si H est un sous-groupe d'isotropie et $\dim(\text{Fix}(H)) = 1$: OK

Outils

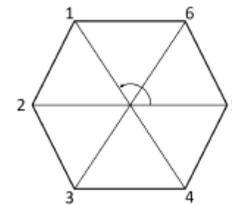
Objectif : trouver les groupes de symétrie des solutions bifurqués



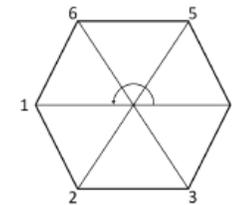
(a) E



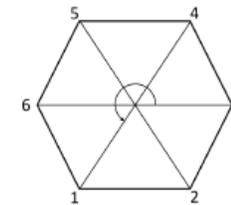
(b) C_6



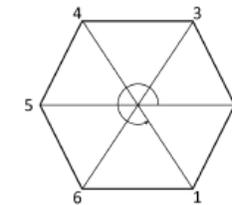
(c) C_3



(d) C_2



(e) $\overline{C_3} = -C_3$



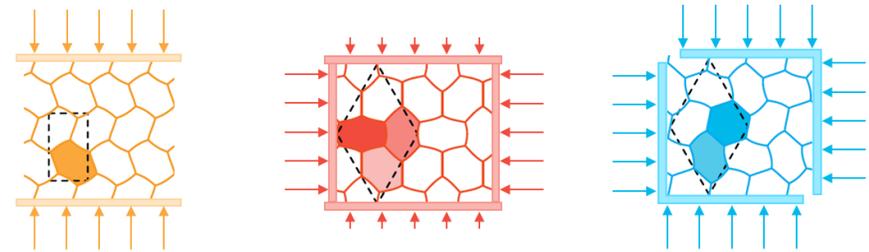
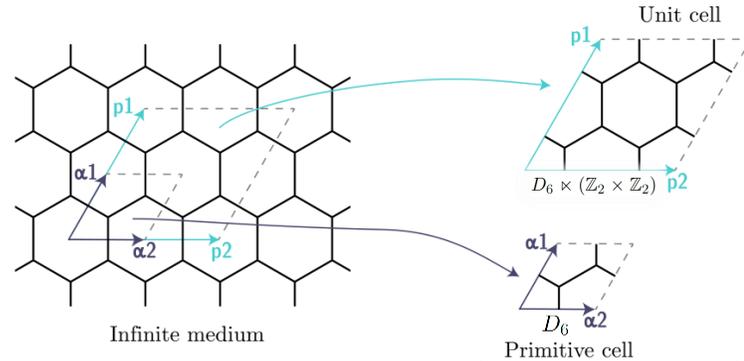
(f) $\overline{C_6}$

- C_6 est un sous-groupe
- Est-ce que c'est un groupe possible de bifurcation?

Méthode

Méthode

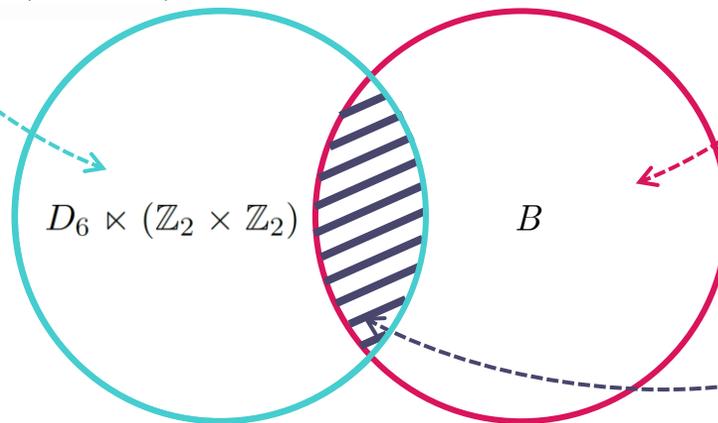
On regarde les propriétés du groupe de symétrie du problème



Adapted from [Combescur 2015]

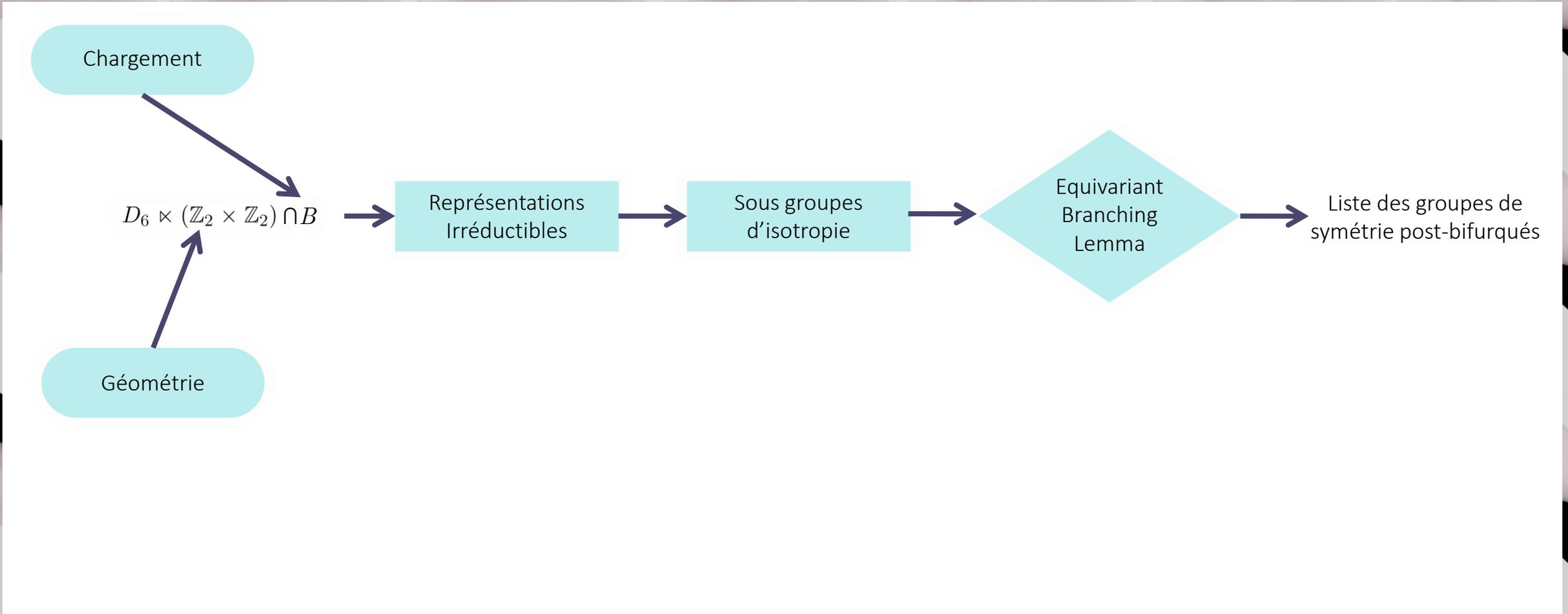
Symétrie de la structure infinie $D_6 \times (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$

Symétrie des conditions limites B

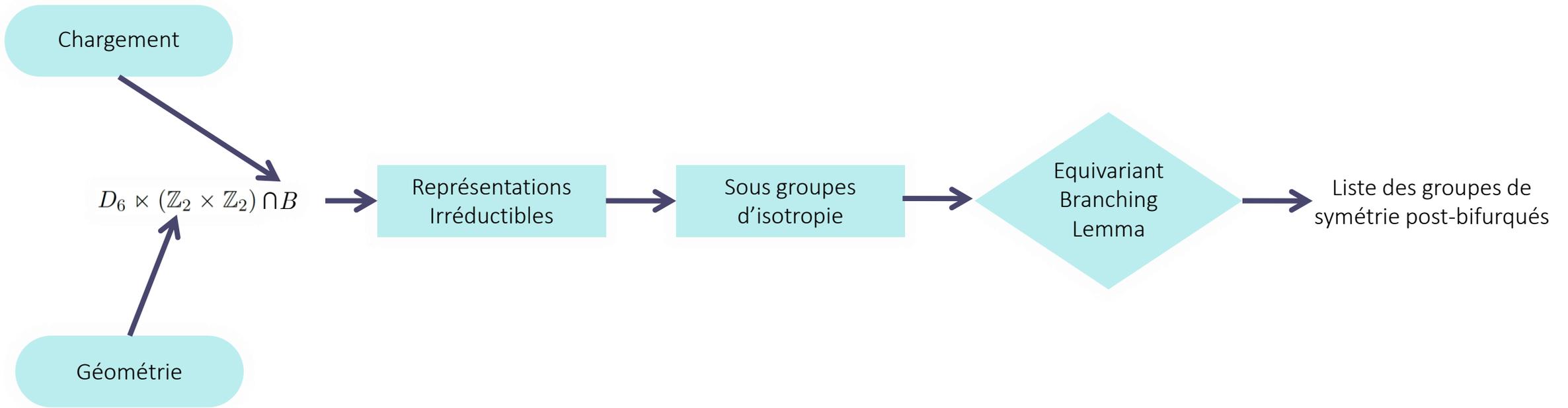


Groupe de symétrie du problème
 $D_6 \times (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2) \cap B$

Proposed Method

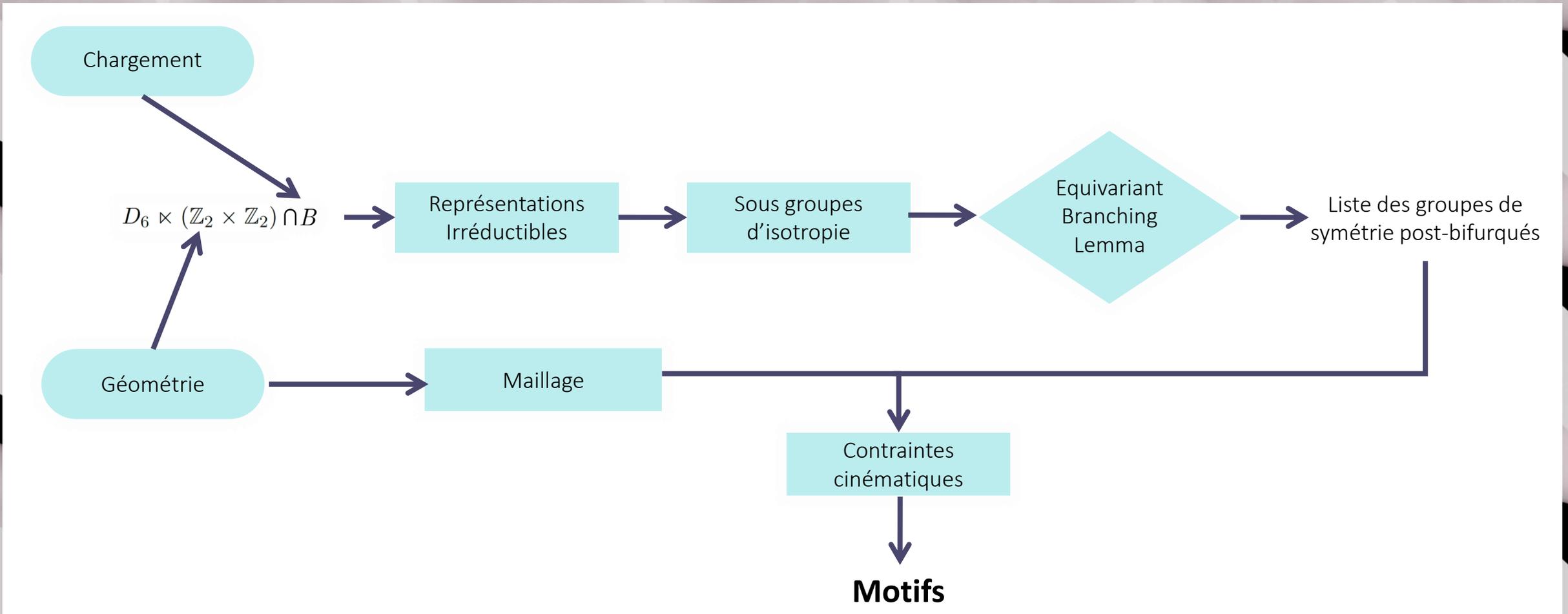


Proposed Method



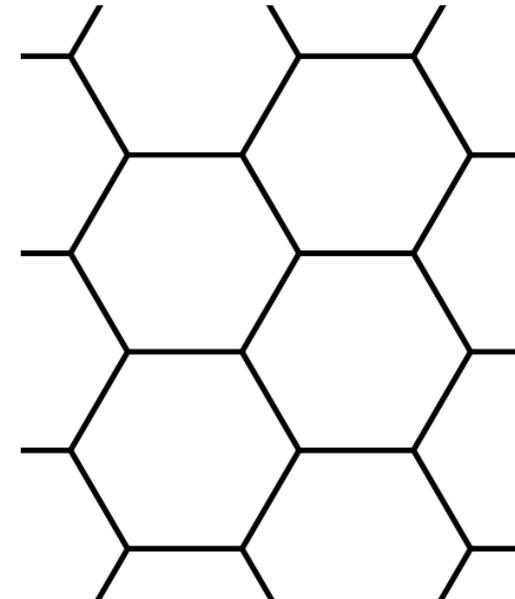
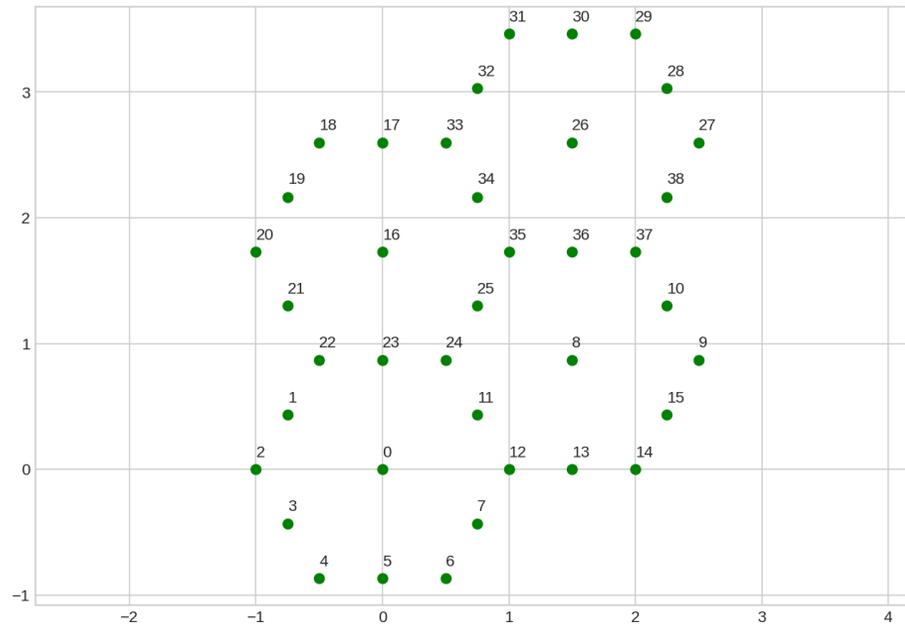
Peut-on reconstruire les modes connaissant les groupes de symétrie des solutions post-bifurquées ?

Proposed Method



Méthode

- Contraintes cinématiques sur les déplacements:
 - Périodicité
 - Symétrie



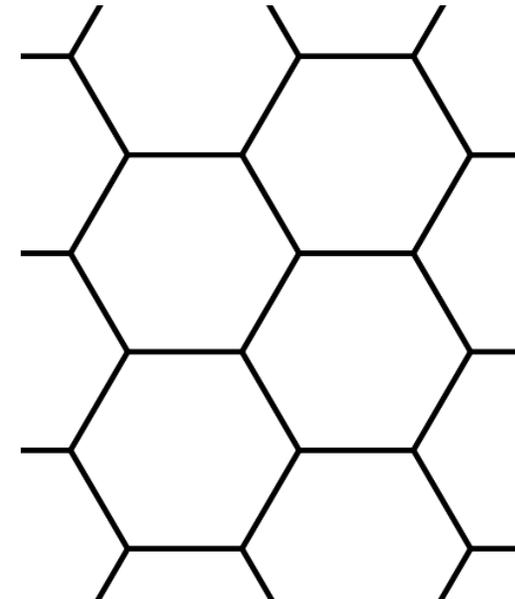
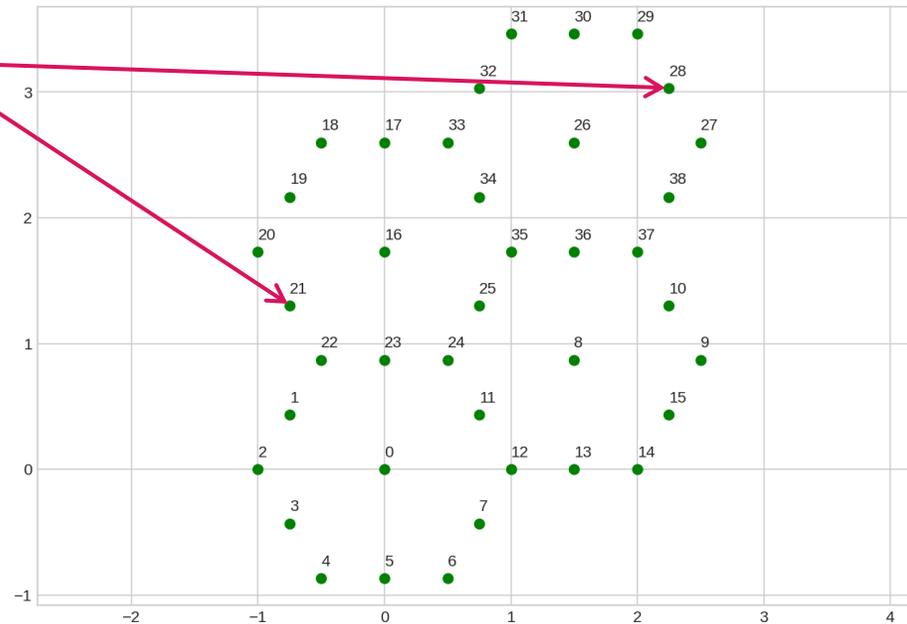
Méthode

- Contraintes cinématiques sur les déplacements:

→ Périodicité

→ Symétrie

Comportement
identique



Méthode

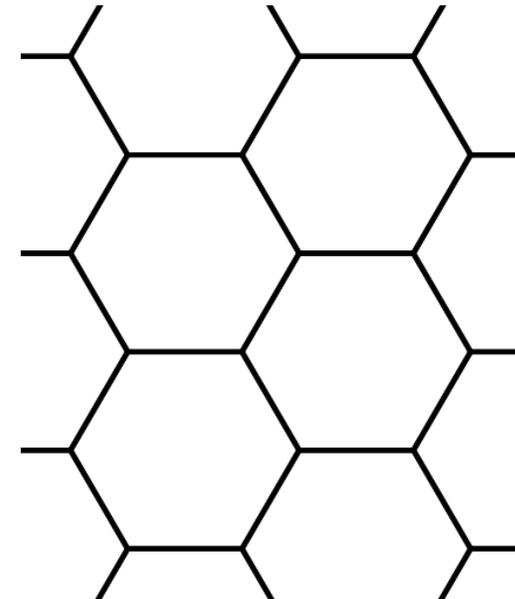
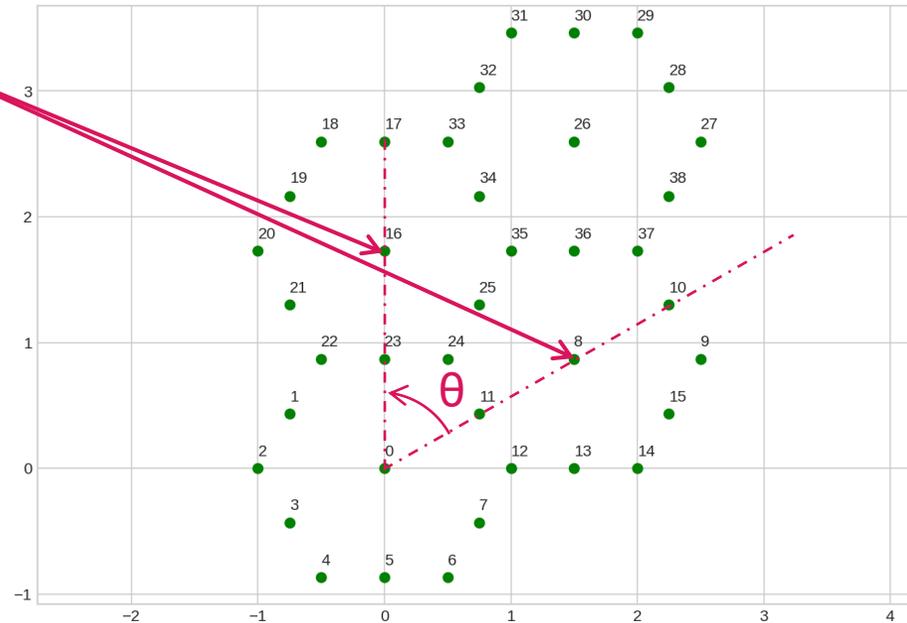
- Contraintes cinématiques sur les déplacements:

→ Périodicité

→ **Symétrie**

Comportement
identique

$$R'_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$



Résultats

Résultats

- La méthode donne les résultats suivants :

```
---MAXIMAL ISOTROPY SUBGROUPS AFTER EBL---
```

```
Irrep 1 : ['33-1']
```

```
Irrep 2 : ['30-1']
```

```
Irrep 3 : ['31-1']
```

```
Irrep 4 : ['32-1']
```

```
Irrep 5 : ['29-1', '29-2', '29-3']
```

```
Irrep 6 : ['20-1', '20-2', '20-3', '26-1', '26-2', '26-3']
```

```
Irrep 7 : ['24-1', '24-2', '24-3', '27-1', '27-2', '27-3', '27-4']
```

```
Irrep 8 : ['16-1', '16-2', '16-3', '16-4', '16-5', '16-6', '18-1', '18-2', '18-3', '18-4', '21-1', '21-2', '21-3']
```

```
Irrep 9 : ['15-1', '15-2', '15-3', '15-4', '15-5', '15-6', '17-1', '17-2', '17-3', '17-4', '22-1', '22-2', '22-3']
```

```
Irrep 10 : ['15-1', '15-2', '15-3', '15-4', '15-5', '15-6', '19-1', '19-2', '19-3', '19-4', '25-1', '25-2', '25-3']
```

- On passe de 33 sous groupes possibles (98 groupes conjugués) à 17 sous groupes (52 groupes conjugués)

Résultats

- La méthode donne les résultats suivants :

```
---MAXIMAL ISOTROPY SUBGROUPS AFTER EBL---
```

```
Irrep 1 : ['33-1']
```

```
Irrep 2 : ['30-1']
```

```
Irrep 3 : ['31-1']
```

```
Irrep 4 : ['32-1']
```

```
Irrep 5 : ['29-1', '29-2', '29-3']
```

```
Irrep 6 : ['20-1', '20-2', '20-3', '26-1', '26-2', '26-3']
```

```
Irrep 7 : ['24-1', '24-2', '24-3', '27-1', '27-2', '27-3', '27-4']
```

```
Irrep 8 : ['16-1', '16-2', '16-3', '16-4', '16-5', '16-6', '18-1', '18-2', '18-3', '18-4', '21-1', '21-2', '21-3']
```

```
Irrep 9 : ['15-1', '15-2', '15-3', '15-4', '15-5', '15-6', '17-1', '17-2', '17-3', '17-4', '22-1', '22-2', '22-3']
```

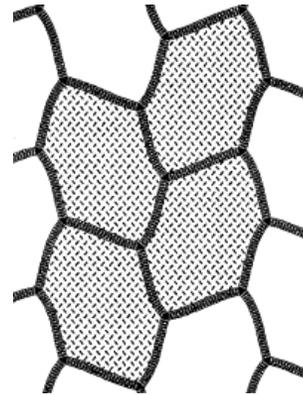
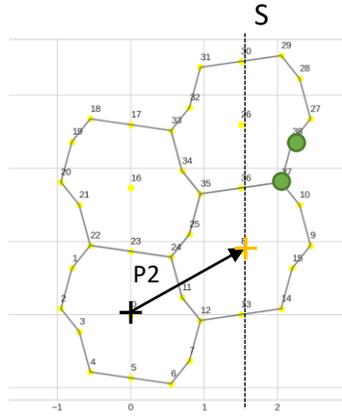
```
Irrep 10 : ['15-1', '15-2', '15-3', '15-4', '15-5', '15-6', '19-1', '19-2', '19-3', '19-4', '25-1', '25-2', '25-3']
```

- On passe de 33 sous groupes possibles (98 groupes conjugués) à 17 sous groupes (52 groupes conjugués)
- On sait qu'en compression équibiaxiale, on est en présence d'une bifurcation triple [Ohno 2002, Combescure 2016]

Résultats

- Mode I :

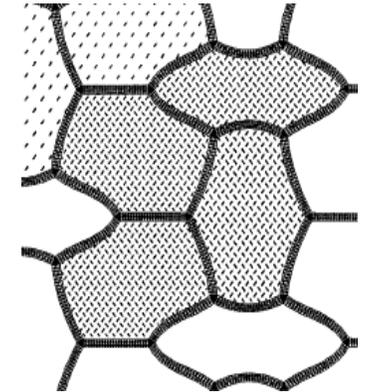
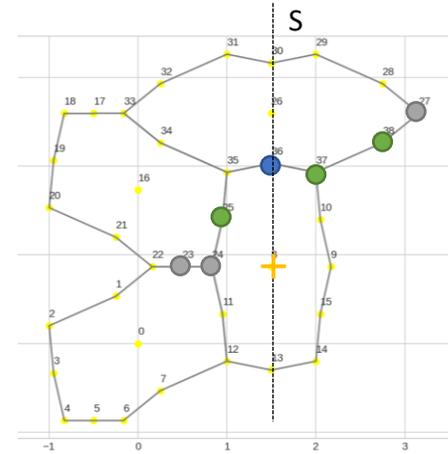
Groupe 21



Adapted from [Ohno 2002]

- Mode II :

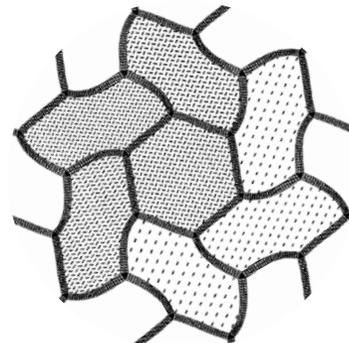
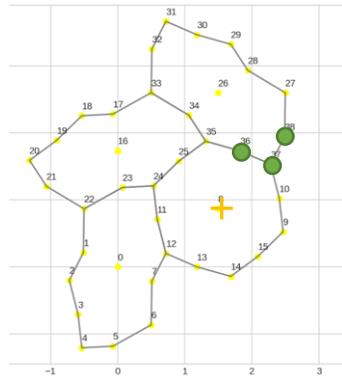
Groupe 18



Adapted from [Ohno 2002]

- Mode III :

Groupe 16

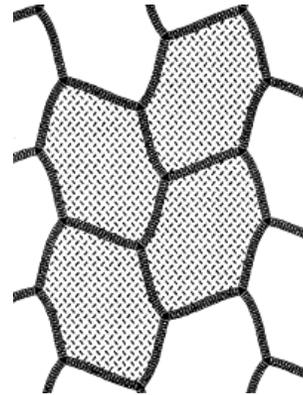
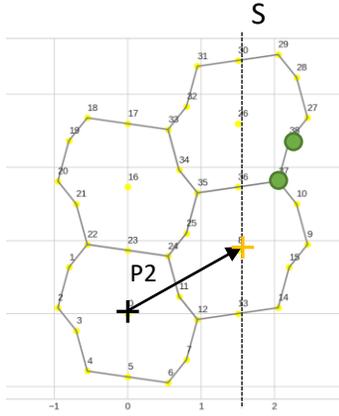


Adapted from [Ohno 2002]

Résultats

• Mode I :

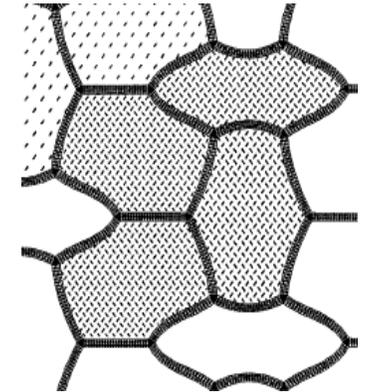
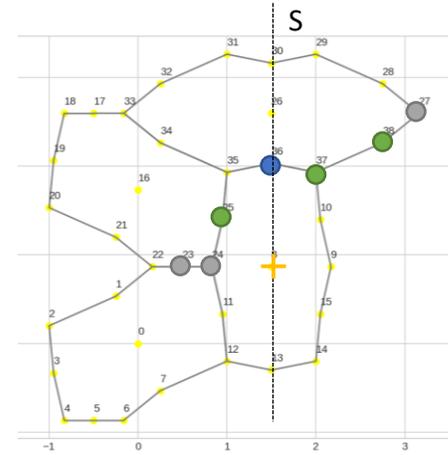
Groupe 21



Adapted from [Ohno 2002]

• Mode II :

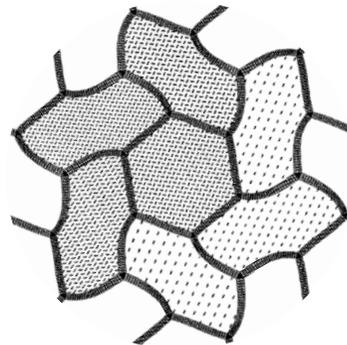
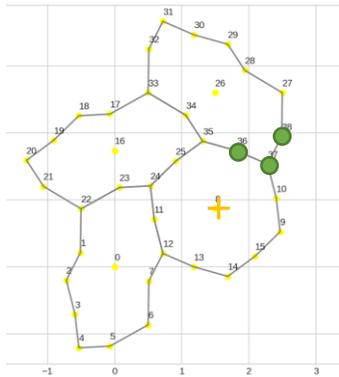
Groupe 18



Adapted from [Ohno 2002]

• Mode III :

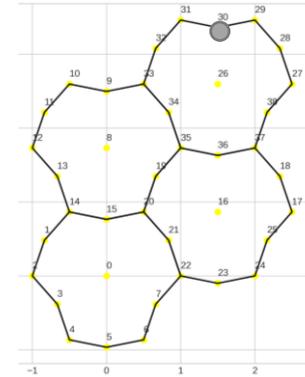
Groupe 16



Adapted from [Ohno 2002]

• D3:

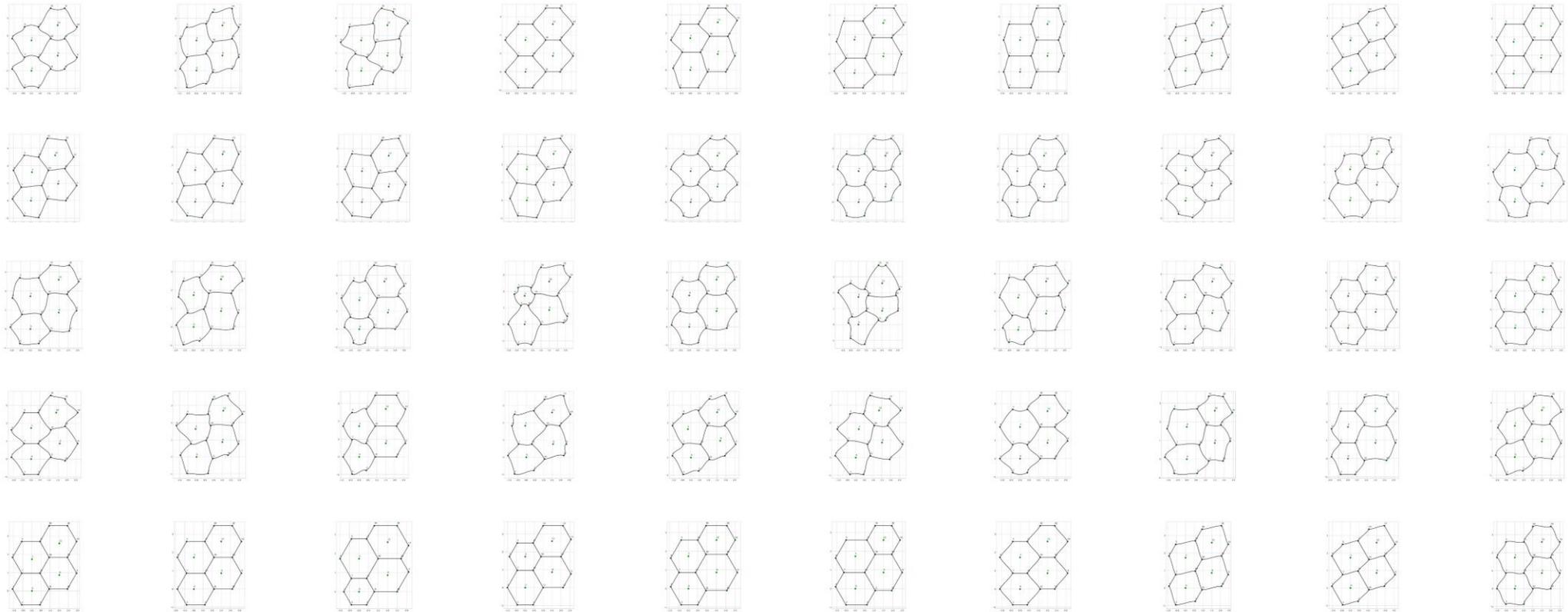
Groupe 31



Adapted from [Kang 2013]

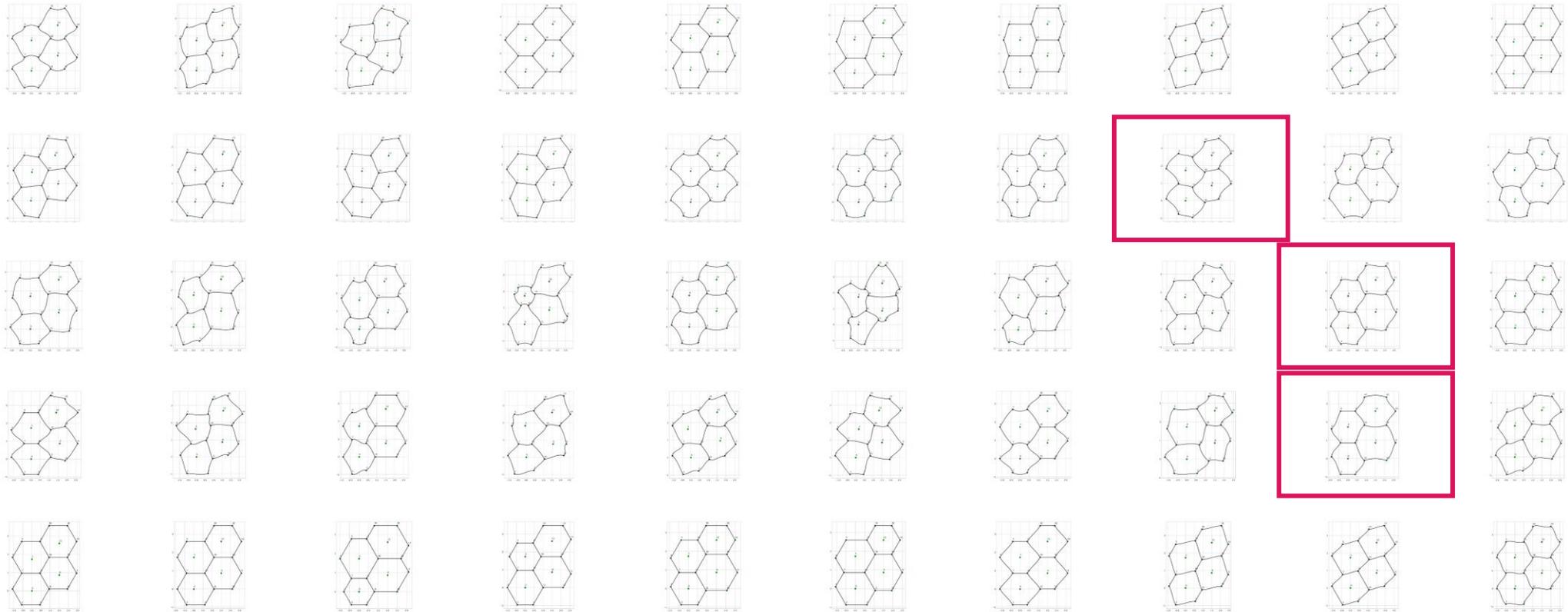
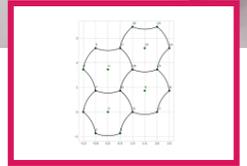
Résultats

- Est-ce qu'il existe des « nouveaux » motifs pas encore observés ?



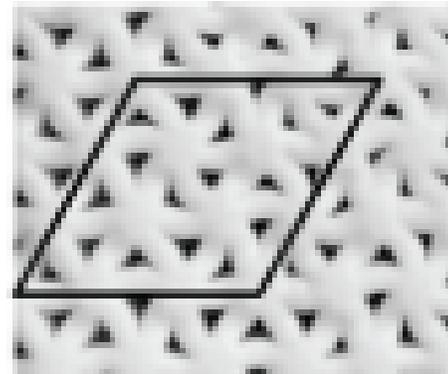
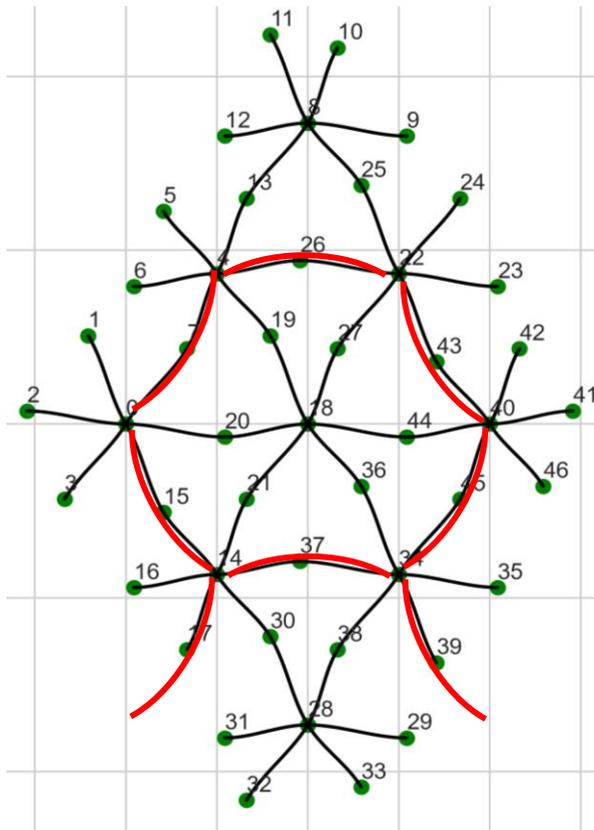
Résultats

- Est-ce qu'il existe des « nouveaux » motifs pas encore observés ?

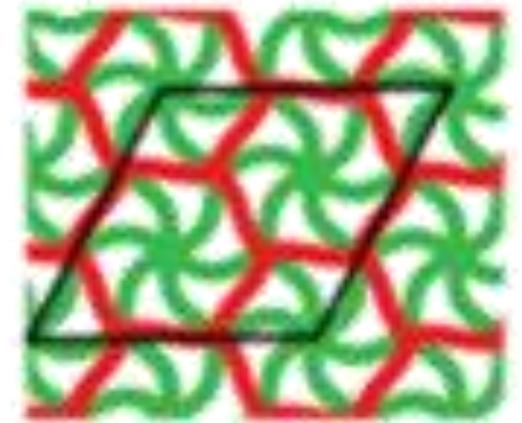
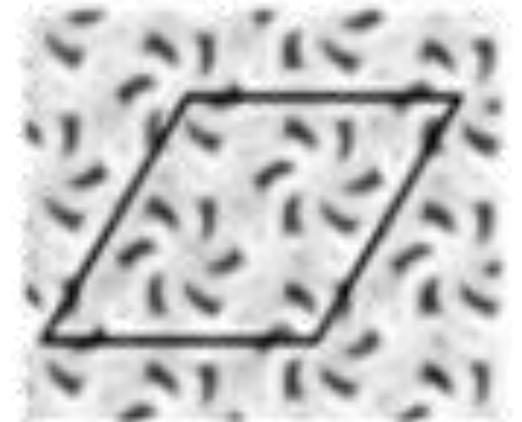
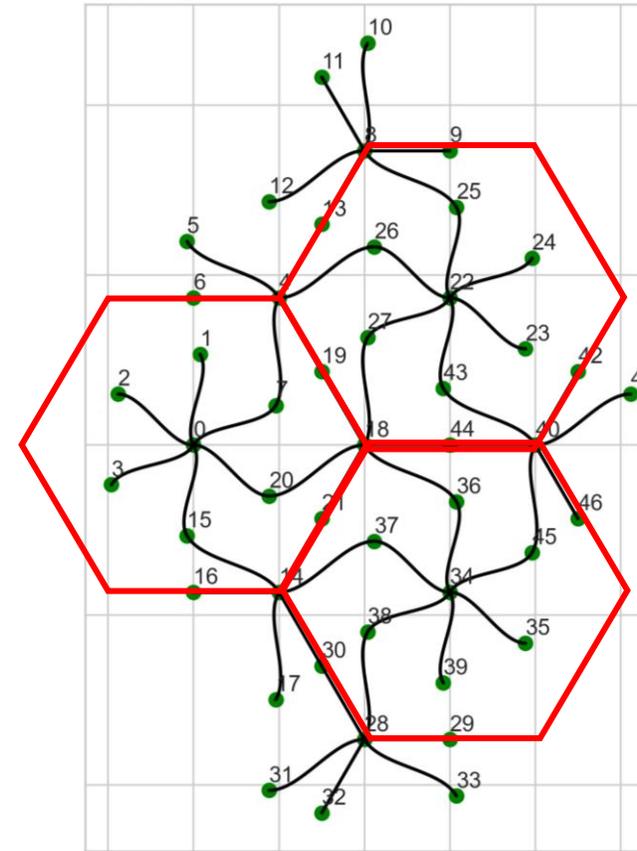
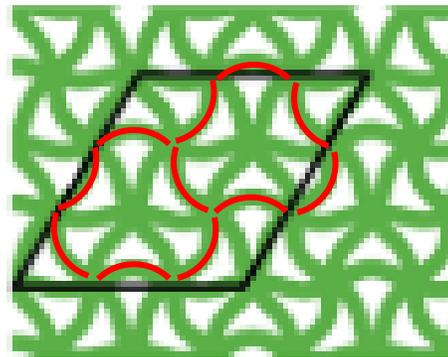


Résultats

- Et si on change la géométrie initiale ? D6xZ3xZ3



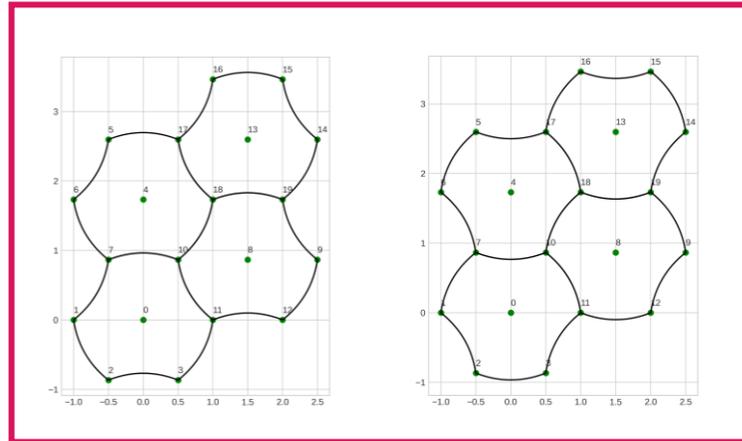
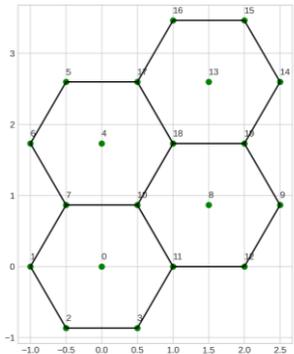
Adapted from [Shan 2014]



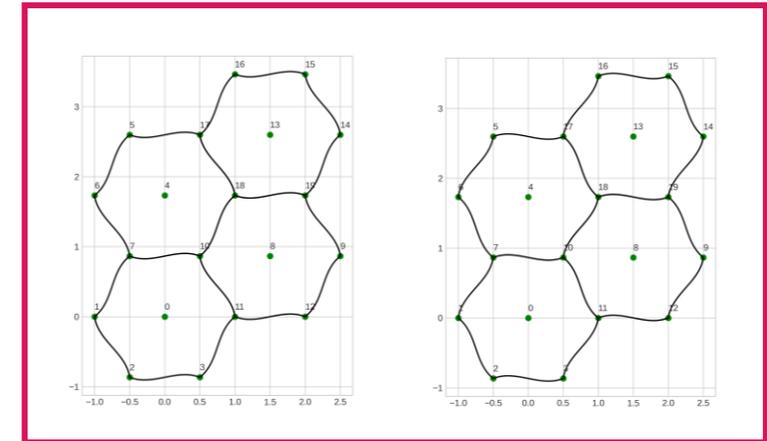
Travail en cours

- Nous avons ensuite attribué des valeurs distinctes pour chaque variable indépendante du mode

Groupe 31



Groupe 30



- Nous calculons grâce à ces déplacements, l'énergie de déformation de la cellule unitaire
- Nous espérons que les valeurs d'énergie les plus faibles correspondront à ce que nous obtenons expérimentalement

Conclusion

Conclusion

- Méthode donne les résultats observés dans la littérature (expérimentalement, numériquement et théoriquement)
- Exhaustif
- Ajout de points de maillage pour le flambement d'ordre supérieur
- Modèle de poutres pour réduire l'espace des solutions
- Calcul de l'énergie interne des modes
- La technique peut être transférée à d'autres symétries / d'autres géométries.

Couplée à un processus d'optimisation, cette méthode semble prometteuse pour créer un outil de conception de matériaux architecturés.